

Renate Tobies

Felix Klein und französische Mathematiker

(in: *Mathematik von einst für jetzt*, hrsg. v. Thomas Krohn und Silvia Schöneburg. Hildesheim: Franzbecker, S. 103-132.

Der Beitrag vermittelt einen Einblick in die Korrespondenz des Mathematikers Felix Klein (1849-1925) mit französischen Mathematikern. Im Zentrum stehen ausgewählte Themen: das Interesse in Frankreich an Klein und seinen mathematischen Arbeiten; französische Mathematiker, die in den *Mathematischen Annalen* publizierten und die bei Klein studierten; der Austausch über geometrische Gebiete sowie Ansichten über die Gestaltung des mathematischen Unterrichts.

Felix Klein (1849-1925) strebte früh danach, die Grenze einer wissenschaftlichen Schule zu überschreiten und gewann die Einsicht, "[...] dass wir auf ein zu enges Niveau heruntersinken, wenn wir die internationale Beziehung nicht immer wieder neu beleben." (Brief 26.4.1896 an M. Noether, zitiert in Tobies/ Rowe 1990, S. 36) Er folgte diesem Leitspruch bereits, als Kultusbehörden dies nicht wertschätzten: "Wir bedürfen keiner französischen oder englischen Mathematik", lautete die Antwort, als er gedrängt durch den Vater um ministerielle Empfehlungsschreiben gebeten hatte (Klein 1923a). Noch 1889 empfahl der Ministerialdirektor Friedrich Althoff (1839-1908) – der später einen Professorenaustausch mit den USA förderte –, das Angebot einer Gastprofessur von der Clark University in Worcester (Massachusetts, USA) "[...] abzulehnen, da unsererseits ein Interesse an der Ausführung der Mission nicht vorliegt". (Brief v. 25.2. 1889, UBG Ms Klein I, B 4)

Die Beziehungen zu US-amerikanischen, auch einigen italienischen Mathematikern waren schon Gegenstand von Untersuchungen (vgl. Parshall/Rowe 1994; Coen 2012); weniger analysiert wurden bisher die Kontakte zu Frankreich, wenn wir davon absehen, dass Klein diese selbst einzuordnen suchte (vgl. Klein 1979).

Im Klein-Nachlass in Göttingen sind Briefe (mindestens) folgender französischer Mathematiker aufbewahrt: Paul Appell (1855-1930), Henry Bourget (1864-1921), Pierre Boutroux (1880-1922), Marcel Brillouin (1854-1948), Octave Cailandreau (1852-1904), Gaston Darboux (1842-1917), Louis Gérard (Lyon), Édouard Goursat (1858-1936), Georges-Henri Halphen (1844-1889), Charles Hermite (1822-1901), Marie Georges Humbert (1859-1921), Camille Jordan (1838-1922), Edmond Laguerre (1834-1886), Léonce Laugel (1859-1936), Ernest Lebon (1846-1922), Émile Lemoine (1840-1912), Maurice d'Ocagne (1862-1938), Henri Eugène Padé (1863-1953), Paul Painlevé (1863-1925), Émile Picard (1856-1941), Henri Poincaré (1854-1912) und Camille Raveau (1867-1953).

Die Korrespondenz mit Poincaré publizierte Klein in Band III seiner *Gesammelten Abhandlungen* (Klein 1923, S. 587-621; vgl. auch Rowe 1992). Die unter Nr.

VIII im Klein-Nachlass liegenden Briefe von Darboux übersetzte und kommentierte Tina Richter (2015) im Rahmen ihrer Examensarbeit an der Friedrich-Schiller-Universität in Jena. Für diesen Beitrag werden auch die Gegenbriefe Kleins an Darboux sowie ausgewählte weitere Briefe von Mathematikern an Klein berücksichtigt. Mit Charles Hermite befasste sich vor allem Catherine Goldstein (vgl. z.B. Goldstein 2011); gemeinsam mit Sébastien Gauthier arbeitet sie an einer Analyse von Briefen, die Briefe an Klein mit einbeziehen soll. Forschungen über Camille Jordan – über dessen Arbeit Hélène Gispert (1982) bereits ihre Dissertation schrieb – sind aktuell ein Schwerpunkt von Frédéric Brechenmacher, der übermittelte, dass in Paris Briefe von Klein aus den Jahren 1886-87 aufbewahrt sind. Briefe von Jordan an Klein in Göttingen (vorhanden seit 1878) deuten jedoch eine weit frühere Korrespondenz an, die aus der Zeit des ersten Paris-Aufenthalts basieren kann.

Die erste Auslandsreise unternahm Klein von April bis Juli 1870 nach Paris mit dem norwegischen Mathematiker Sophus Lie (1842-1899). (Tobies 2015) Weitere Paris-Reisen Kleins sind vom 25. März bis 15. April 1887 (vgl. Jacobs 1977) und für Oktober 1898 nachgewiesen (Eckert 2011, S. 140). Umgekehrt waren Besuche von Henri Poincaré in Göttingen Höhepunkte, wo zu dessen Ehren am 10. Juni 1895 eine Festsitzung der Göttinger Mathematischen Gesellschaft stattfand, auf der Klein, Poincaré und der gerade berufene David Hilbert (1862-1943) vortrugen. (Eckert 2011, S. 99) Hilbert sorgte zu Kleins 60. Geburtstag am 25. April 1909 noch einmal für Poincarés Anwesenheit (UBG Ms Hilbert 575 Bl. 1).

1 Die Anfänge: Gaston Darboux

Gaston Darboux schrieb Klein bereits vor dessen erster Paris-Reise, wie wir einem Klein-Brief an Lie vom 29. März 1870 entnehmen: *Es interessirt Dich vielleicht, dass Darboux an mich geschrieben hat. Du kennst auch auf jeden Fall das neue Journal 'Bulletin...'. Darboux wünscht für dasselbe einen Artikel über Pluecker. Ich habe ihm geantwortet, dass ich gerne einen solchen Artikel übernehmen würde, aber noch nicht jetzt, sondern erst in einiger Zeit. Statt dessen habe ich ihm angeboten, eine Darstellung der neuesten Arbeiten Pluecker's im Zusammenhange mit den verwandten Erscheinungen zu geben.* (NBOslo)

Darboux war interessiert, sein neu gegründetes *Bulletin des Sciences Mathématiques et Astronomiques* international auszurichten (Gispert 1987). Klein beteiligte sich seit Band 1 (1870) an diesem Referate-Journal; er wurde auf dem Titelblatt unter "Avec la Collaboration de" bis 1877 geführt. Im März 1870 erst zwanzig Jahre alt und seit 12. Dezember 1868 promoviert, hatte Klein schon 1869 Band II der *Neuen Geometrie des Raumes gegründet auf die Betrachtung der geraden Linie als Raumelement* seines verstorbenen Lehrers Julius Plücker (1801-1868) ediert (Teubner, Leipzig). Dies war offensichtlich in Frankreich zur Kenntnis genommen worden.

Mit Darboux führte Klein die zeitlich längste Korrespondenz, bezogen auf französische Partner. Unter Nr. VIII liegen im Klein-Nachlass Briefe Darboux' aus der Zeit von 1879 bis 1910 (Briefe vor 1879 existieren nicht, da sie Klein nicht aufbewahrte): zehn Briefe bis 1881, je ein Brief aus den Jahren 1884, 1885, 1886, 1896, zwei von 1901 und einer vom 12. Januar 1910. Weitere Briefe Darboux' sind unter III E, Bl. 40-41 (von 1900), unter XXII K, Bl. 10-11 und 22-23 (von 1905) sowie unter X 646/Anl.1 (vom 12.1.1914) abgelegt. In Letzterem unterstützte Darboux das Anliegen von Ernest Lebon, eine Kopie der Briefe Poincarés an Klein zu erhalten, etwas, was schon Pierre Boutroux (Mitherausgeber der Werke seines Onkels) mit Schreiben vom 19. Juni 1913 vergeblich versucht hatte (ebd. VIII 202).

Kleins bewahrte Gegenbriefe an Darboux (BParis) sind vom 25. März 1870 bis 25. März 1914 datiert: 1870 (1 Brief), 1871 (8), 1872 (5), 1873 (1), 1879 (2), 1880 (2), 1881 (3), 1885 (1) je einer aus den Jahren 1896, 1897, 1899, 1905, 1910 und 1914. Klein beantwortete Darboux' ersten Brief wie folgt:

Duesseldorf. 25. 3. 1870

Sehr geehrter Herr Professor!

Erlauben Sie mir, dass ich Ihnen zunaechst meinen besten Dank ausspreche fuer die ehrenvolle Aufforderung, die mir Ihr Schreiben brachte. Dasselbe ist mir erst vor Kurzem zugegangen, indem es mir mehrfach nachgeschickt werden musste, ehe es mich hier in Duesseldorf traf, wo ich mich voruebergehend einige Wochen aufhalte. Die erste Nummer Ihres werthen Journales habe ich vorige Woche bei Clebsch in Göttingen eingesehen, und ich freue mich an einem derartig zeitgemaessen Unternehmen mitarbeiten zu duerfen. – Ihrem Wunsche entsprechend will ich gerne einen Artikel ueber meines verehrten Lehrers Pluecker Leben und Wirken fuer das Journal fertig stellen. Aber ich moechte damit, so wie mit dem weitergehenden Plane, den ich schon seit lange hege, eine ausfuehrliche Biographie Pluecker's herausgeben, noch einige Zeit warten. Einmal habe ich dazu ein bedeutendes Material zu bewaeltigen, wie den ausgedehnten Briefwechsel u.s.f., andererseits bin ich der Ansicht – und das ist der Hauptgrund – dass ein derartiges Werk eine Reife des wissenschaftlichen Urtheils voraussetzt, wie ich sie bis jetzt nicht besitze oder zum mindesten als Anfaenger nicht beanspruchen darf. – Dagegen bin ich gerne bereit, Ihnen bezuegliche biographische Notizen jedweder Art zugehen zu lassen oder auch ein Referat ueber die neuesten geometrischen Arbeiten Pluecker's zu uebernehmen, welches dieselben im Zusammenhange mit den verwandten Erscheinungen der neueren Zeit darstellte. Wie ein solcher Aufsatz zu fassen ist, und wie weit seine Graenzen zu ziehen sind, darueber hoffe ich bald mit Ihnen persoendlich Ruecksprache nehmen zu koennen. Ich beabsichtige naemlich, den kommenden Sommer in Paris zuzubringen. Bald nach Ostern, denke ich, werde ich dort sein, und ich werde mir dann erlauben, Ihnen, sehr geehrter Herr Professor, meine Aufwartung zu machen.

Mit der ausgezeichneten Hochachtung

Ihre ergebenster

Felix Klein (BParis 41)

Nach dem aufgrund des Deutsch-Französischen Krieges unterbrochenen Kontakt war es Klein, der die Beziehung wieder zu knüpfen suchte:

Goettingen. 14.2.1871

Lieber Herr Darboux!

Ich weiss nicht, wo und wie Sie dieser Brief treffen wird, nicht einmal, ob Ihnen derselbe, als aus unserem Lande stammend, willkommen sein wird. Nichtsdestoweniger mag ich es nicht unterlassen, jetzt, wo wieder die Moeglichkeit eines brieflichen Verkehrs geboten ist, Ihnen ein Lebenszeichen von mir zu geben; woran ich die Bitte knuepfe, mir, wenn irgend moeglich, auch ueber Ihr Befinden und Ihre Erlebnisse eine kurze Nachricht zugehen zu lassen.

Als ich damals Paris so plötzlich verlassen musste bin ich als freiwilliger Krankenpfleger bei einem Huelfs-Corps eingetreten und habe als solcher eine Zeit lang – bis Ende September – auf dem Kriegsschauplatze zugebracht. Mein Ruecktritt von dieser Thaetigkeit war kein freiwilliger, da ich nicht unbedeutend erkrankt war. Ich habe die ganze Zeit bis Neujahr als Patient, bez. Reconvalescent verlebt und waehrend derselben zu keiner vernuenftigen Beschaeftigung kommen koennen. Eine angenehme Abwechslung war es fuer mich, dass ich einen mehrtaegigen Besuch von Lie erhielt, der damals auf der Rueckreise nach Christiania begriffen war und sich inzwischen dort habitirt hat.

Nach Neujahr bin ich zu der mir gewohnteren wissenschaftlichen Thaetigkeit zurueckgekehrt; ich bin nach Goettingen uebergesiedelt und habe mich daselbst an der Universitaet niedergelassen. Die Zahl der Zuhoerer ist natuerlich augenblicklich nur sehr gering; die Zeit ist fuer die stillen Beschaeftigungen des Friedens nicht guenstig. Moege dem bald und auf recht lange Dauer anders werden!

Es gruesst Sie bestens

Ihr ergebenster

Felix Klein

Ad. Goettingen, Gronerthorstrasse 25. (BParis 42)

Klein erwähnte hier zwar die Habilitation von Lie, jedoch nicht explizit seine eigene (am 7.1.1871 in Göttingen). Darboux' Forschungen lagen damals im unmittelbaren Ideenkreis von Klein und Lie (vgl. Hilbert 1935; Rowe 1989). Klein hob mehrfach Darboux' Entdeckung hervor, dass auf jeder beliebigen Fläche eine Krümmungskurve notwendig bekannt ist, "die Berührungskurve der Fläche mit der ihr und dem Kugelkreis gemeinsam umschriebenen Developpablen", hervor. (Klein 1979, T.1, S.146) Sie trafen sich ebenso im Bestreben, Geometrie und andere mathematische Gebiete zu verknüpfen. Außerdem verfolgten Darboux und Klein vielfältige wissenschaftsorganisatorische Interessen: dem Ausbau von Universitätseinrichtungen, der Modernisierung des mathematischen Unterrichts, einschließlich der Frauenbildung, Akademieprojekten u.a. (Vgl. auch Richter 2015)

Die Korrespondenz führten die Partner in der Muttersprache, aber beide beherrschten die andere Sprache gut. Klein schrieb im Rahmen des Abiturs (im Alter von 16) einen mit "gut" bewerteten französischen Aufsatz.

2 Zu einigen geometrischen Arbeiten

Darboux publizierte Übersichten über neuere Arbeiten zur algebraischen Geometrie, auch ein *Extrait* von Kleins und Lies Arbeit aus den *Monatsberichten der Berliner Akademie* 1870 (Klein 1921, S. 90-97): "Sur les lignes de la surface de Kummer du quatrième ordre à seize points singuliers", *Bulletin* 2 (1871), S. 72-74. Klein lieferte für das *Bulletin* Berichte über Arbeiten aus den *Mathematischen Annalen*. Zugleich diskutierte er mit Darboux geometrische Themen, die sie damals beschäftigten:

Lieber Herr Darboux! Meinem neulichen Briefe moechte ich hier noch einen kurzen Nachtrag folgen lassen, der sich wesentlich auf die dort vorgetragene Behandlung gewisser metrischer Probleme bezieht. (Brief v.19.8.1871, BParis 43)

Es folgten 5,5 Seiten, wobei Klein einen Satz unterstrich und erläuterte: Die Geometrie auf einer im R_n gelegenen F_2 ist (falls man einen Punct auszeichnet) der gewöhnlichen metrischen Geometrie im R_{n-1} äquivalent. (Ebd.)

Klein leitete aus diesem Satz die doppelte Aufgabe ab, *die Resultate der metrischen Geometrie auf die F_2 , oder Eigenschaften der F_2 auf die metrische Geometrie zu uebertragen.* Er beschrieb sein Herangehen, verwies in diesem Brief auf ähnliche Forschungen von Michel Chasles (1793-1880) und betonte: *Jedenfalls ist auch die Anwendung, welche Sie von der stereographischen Projection gemacht haben, nur ein Orthogonalsystem im R_{n-1} , aus einem solchen im R_n abzuleiten, im Princip verwandt.* Klein erklärte anschließend die Beziehungen dieser Arbeiten zur Liniengeometrie (*Geometrie auf einer im R_n gelegenen F_2*), weitere eigene Arbeiten sowie Arbeiten von Sophus Lie in Verbindung und Unterschied mit denen von Darboux.

Im zwölfseitigen Brief vom 5. September 1871 (BParis 45-47) freute sich Klein, endlich wieder von Darboux zu hören, der im Sommer hatte "Schreckliches durchmachen müssen". Klein informierte ausführlich über seine neueren Arbeiten zur Nicht-Euklidischen Geometrie und seine Ideen, *Analogien zwischen Liniengeometrie und metrischer Geometrie bei 4 Variablen* weiter zu verfolgen. Dabei bombardierte er Darboux mit Fragen in Bezug auf Orthogonalsysteme, *Gegenstände, die ja recht eigentlich Ihre Domäne bilden.* Klein fragte nach neueren französischen Arbeiten zum Gegenstand, und er ließ hier schon sein Streben erkennen, geometrisches Material mittels algebraischer Methoden zu systematisieren und zu ordnen:

Ueberhaupt wird man nach der geometrischen Bedeutung aller derjenigen Operationen fragen, welche die neuere Algebra für eine Form zweiten Grades bei 5 Veränderlichen anstellen lehrt. Es scheint mir bis jetzt, als würde man auf diesem Wege nicht zu sehr viel Neuem geführt; es ordnet sich aber durch denselben Alles, was namentlich die französischen Geometer in neuerer Zeit über Kugeln etc. gearbeitet haben, unter einen einheitlichen Gesichtspunct, unter ein Princip. (Ebd.)

Auf Darboux' Antwort folgte ein achtseitiger Brief Kleins am 27. September 1871, in dem dieser Zusammenhänge ihrer Arbeiten zu erklären versuchte:

Das Problem, dessen Sie Erwähnung thun: "déterminer une surface, connaissant une propriété de ses sphères principales" scheint mir, wenn ich es recht verstehe, identisch zu sein mit dem von Lie in seiner Christiania-Abhandlung behandelten, welches er mit D_{12} bezeichnet [...] Vermoegte der Lie'schen Abbildung die Liniengeometrie mit Kugelgeometrie verknuepft ist diese Aufgabe das Gegenbild zu der anderen: Einen Linien-Complex zu integriren. Wenn Dies [sic!] so ist, so entspricht die Behandlung der Faelle, in denen Sie Ihr Problem integrirt haben, genau der Integration des allgemeinen Complexes zweiten Grades. Oder vielmehr, der Behandlung des allgemeinen Complexes entspricht Ihre Integration auf der F_4 mit imaginarem Doppelkreis. Ersetzt man letztere durch eine F_2 , so erhaelt der entsprechende Linien-Complex eine Doppelgerade, was mit sich bringt, dass seine Singularitaetenflaeche nicht mehr eine allgemeine Kummer'sche Flaeche ist, sondern eine Pluecker'sche Complexflaeche geworden ist. – Was meine Behandlung der Integration des allgemeinen Complexes zweiten Grades angeht, so benutzte ich dazu die elliptischen Linien-Coordinationen, die ich in der Note Gött. Nachrichten Nr. 1 auseinandergesetzt habe. Ich stelle die partielle Differentialgleichung fuer Flaechen auf, d.h. fuer diejenigen Complexe deren Linien Flaechen umhuelen. Dieselbe wird ohne Weiteres nach bekannten Methoden mit 3 Constanten integrirbar. Haelt man die zwei ersten fest und laesst die dritte variiren, so hat man ohne Weiteres die einfach unendlich vielen Flaechen, welche "gemeinsame Loesungen" zweier Complexe aus der Schaar der zu derselben Singularitaetenflaeche gehoerigen Complexe zweiten Grades sind. Die Methode erstreckt sich ohne Weiteres auf beliebig viele Variable; sodann aber auf alle Orthogonalsysteme (Complex-Involutions-Systeme) die dem Linienelement eine aehnliche Gestalt zu geben gestatten. Ich kann uebrigens kaum daran zweifeln, dass Sie ihrerseits fast genau denselben Weg eingeschlagen haben; es ist sehr merkwuerdig, wie Ihre Arbeiten und die von Lie und mir so ueberein kommen. Der Grund dazu ist eigentlich doch nicht so zufaellig; Ihre Untersuchungen ueber metrische Probleme hatten unsere Aufmerksamkeit in hohem Grade gefesselt; da fand Lie den Zusammenhang der liniengeometrischen Probleme mit den metrischen und zog mich mit in diese Untersuchungsrichtung. (BParis 49-50)

Als Klein 1871 zur nichteuklidischen Geometrie publizierte, regte Darboux sofort eine Übersetzung an. Klein schrieb ihm am 1. November 1871:

In erster Linie habe ich Ihnen heute zu danken fuer das freundliche Anerbieten einer Uebersetzung meiner Nicht-Euklidischen Note in Ihr Bulletin. Eine ausführlichere Darstellung habe ich allerdings fertig gestellt [...] (BParis 53)

Als Vorlage für den Extrait "Sur la géométrie dite non euclidienne" (Bulletin, 2 (1871) S. 341-351) diente eine kurze Version aus den *Göttinger Nachrichten* 1871 (Klein 1921, S. 244-253), übersetzt von Jules Hoüel (1823–1886), Mitherausgeber des *Bulletins*. Die erwähnte ausführlichere Darstellung wurde erst in den 1890er Jahren übersetzt (vgl. Abschnitt 4).

[...] *Ich habe Ihnen und Hoüel meinen besten Dank auszusprechen fuer die Uebersetzung und Aufnahme der Nicht-Euklidischen Sache. Hoüel hat nur an einer Stelle, wo ich mich vielleicht nicht klar ausgedrueckt hatte, eine Aenderung des*

Sinnes hineingebracht, oder eigentlich eine Unverstaendlichkeit. Es ist (ich habe gerade das Bulletin nicht vor mir) der letzte Satz, ehe ich von Riemann spreche. Ich wollte mit demselben im Grunde allen solchen Leuten einen Hieb versetzen, die damals gemeint hatten, nun sei die Sache fertig; und dadurch andeuten, dass die Untersuchung ueber die gegenseitige Abhaengigkeit der Axiome ebenso einer fortschreitenden Entwicklung faehig ist, wie die Wissenschaft ueberhaupt. [...]

Mit vielen Gruessen

Ihr ergebenster

Felix Klein (Brief v. 21.3.1872 an Darboux, BParis 59)

Die Korrespondenz berührte weitere geometrische Themen (vgl. auch Tobies 2016). Hier soll das übereinstimmende Urteil über die generelle Position geometrischer Forschungen in ihren Ländern hervorgehoben werden. Klein urteilte:

Sie schrieben mir gelegentlich einmal, die neuere Geometrie erfreue sich in Frankreich noch lange nicht der gebuehrenden Anerkennung. Glauben Sie nur nicht, dass das bei uns so sehr viel anders ist. Es gibt noch immer eine sehr ausgedehnte Schule Mathematiker, welche die neuere Geometrie nicht kennt und sie deshalb hoechstens als eine merkwuerdige Ausbildung eines speciellen Theil's der Wissenschaft nach einer besonderen Richtung gelten laesst. Zu einer solchen Ansicht tragen die sogenannten 'Reinen Synthetiker', die sich wesentlich an Steiner anlehnen, nicht wenig bei. Waehrend Steiner ein productives Genie war, dass sich gewiss nicht auf einseitige Methoden beschraenken konnte (obwohl er so that, als wenn er Analysis etc. verachtete) greifen seine Nachfolger gerade die Einseitigkeit desselben auf und verschliessen sich fuer Alles, was neben die Steiner'schen Principien von 1832 hinausgeht. – meine Arbeit ueber die Nicht-Euklidische Geometrie ist gerade aus dem Widerstreit gegen eine verkehrte Auffassung der neueren Geometrie hervorgegangen. ich aeusserte gelegentlich, dass moeglicherweise Cayley und Lobatschefsky identisch seien; ich wurde ausgelacht. ich hielt den Gedanken fest und schrieb ihn einigen Leuten, die mich auch eines Besseren belehrten. Das aergerte mich, und da habe ich gezeigt, dass meine Vermuthung die richtige war und die ganze Nicht-Euklidische Geschichte viel durchsichtiger macht, als dieselbe frueher war. – (Brief v. 1.11.1871, BParis 53)

Interessiert an Entwicklungen in Frankreich schrieb Klein am 19. Januar 1873:

Mon cher M. Darboux!

Mit grossem Vergnuügen habe ich Ihren letzten Brief mit einliegender Photographie empfangen, und mir dabei lebhaft die Tage in's Gedaechtnis zurueckgerufen, die ich damals mit Lie zusammen bei Ihnen verkehrte. Ich sollte sagen, dass es noch wiederholt gelingen muesse, uns persoendlich wieder zu sprechen, unsere Gedanken auszutauschen: das Leben, das vor uns liegt, ist voraussichtlich noch lang und die Verbindung von Jahr zu Jahr leichter! Mich interessirt immer, wenn Sie mathematische Zustaende, wie sie bei Ihnen sind, mit den unseren vergleichen. Sie sprechen von Flaechentheorie; ich habe angefangen, da ich augenblicklich ueber "Massbestimmung etc." lese, mich dafuer zu interessiren, zunaechst allerdings nur fuer Flae-

chentheorie, welche die Flaechen als biegsam denkt. Mich haben in dieser Hinsicht besonders die Beltrami'schen Untersuchungen ueber "Differentialparameter" interessirt, und ich traege dieselben gerade nun, mit etwas selbstaendigen Bemerkungen versehen, in der Vorlesung vor. Gibt es – ausser Lamé und aelteren Veroeffentlichungen gleicher Art – franzoesische Publikationen, welche die Theorie eben in diesem Sinne auch [...]? Wie urtheilen Sie ueberhaupt ueber diese Bestrebungen? Ich wuerde Ihnen fuer bez. Miteilung sehr dankbar sein." (BParis 65)

Erst danach erfuhr Klein offensichtlich, dass Darboux mit seinem im Oktober des Vorjahres publizierten *Erlanger Programm* (Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen, Erlangen: Andreas Deichert, 1872) wenig zufrieden gewesen sei. In einem Brief vom 28. Juni 1873 berichtete Klein Sophus Lie über Reaktionen und schrieb u.a.: *Du fragst, was die Leute von meinem Programm geurteilt haben. Nun, ich habe kaum ein Urtheil gehört. Ein Franzose, Pasquier, der Ostern in Göttingen war, erzählte mir, Darboux hat es getadelt, Mansion dagegen sei entzückt gewesen und wünsche es übersetzen zu dürfen [...]* (NBOslo)

Der erwähnte (belgische) Mathematiker Ernest Pasquier (1849-1926) trug im SS 1872 im gemeinsamen Seminar von Clebsch und Klein in Göttingen über "Puisseux: Recherches sur les fonctions algébriques. Journal de Liouville, t[ome]. XV, 1^{ère} Série" vor (Klein-Protokolle, Bd. 1 (1872), S. 12-13; 21-22). Paul Mansion (1844-1919), gleichfalls Belgier, übersetzte u.a. Arbeiten von Riemann, Plücker und Clebsch ins Französische; Kleins *Erlanger Programm* wurde erst zu Beginn der 1890er Jahre übersetzt (vgl. Abschnitt 4). Darboux schrieb Klein nicht direkt über das *Erlanger Programm*, wie er überhaupt zunehmend seltener antwortete. Klein äußerte wiederholt seinen Unmut darüber. So z.B. an Lie, als er Ansichten über den verstorbenen Alfred Clebsch (1833-1872), vorbereitend für einen wissenschaftlichen Nachruf, erbat: [...] *auch an Darboux werde ich es thun, wenn der mir nur einmal antwortete. Gott weiss, was den hindert; ich kann aber doch nicht dreimal schreiben, ohne Antwort zu bekommen.* (Brief v. 21.11.1872, NBOslo) Oder an Adolph Mayer (1839-1908), mit dem er die *Mathematischen Annalen* edierte: *Von Darboux habe ich noch keine Antwort, es ist wirklich recht schlecht mit ihm zu verkehren [...]*. (Brief v. 5.9.1876, in: Tobies/Rowe 1990, S. 74)

Wenn auch der Austausch seltener wurde, so riss doch der Kontakt zwischen Klein und Darboux nie vollständig ab. In einem undatierten Brief von 1880 betonte Darboux: *Es gibt viele weitere Dinge, die wir voneinander erfahren müssen [...]* (übersetzt v. Tina Richter 2015, S. 55). Außerdem war es Darboux, der jüngeren Mathematikern einen Studienaufenthalt bei Klein empfahl (vgl. Abschnitt 3).

3 Französische Mathematiker bei Klein und als Autoren der *Mathematischen Annalen*

Clebsch führte die *Mathematischen Annalen* mit internationalem Anspruch. Bereits in Band 1 (1869) publizierte Camille Jordan "Commentaire sur Galois" (S. 141-

160), wodurch Klein und Lie vor ihrer ersten Paris-Reise vom Konzept der Galoisschen Ideen wussten (vgl. Noether 1900, S. 8). Der zweite Annalen-Band enthält in Französisch geschriebene Beiträge eines russischen und eines finnischen Autors. In den nächsten Bänden publizierten u.a. der Brite Arthur Cayley, der Däne H. G. Zeuthen, die Norweger L. Sylow und S. Lie, die Italiener F. Brioschi und L. Cremona, die Russen A. Korkine, J. Somoff, G. Zolotareff, der Pole M. Andréiewsky, darunter wichtige Vertreter der algebraischen Geometrie.

Nach Clebschs Tod fungierte der Mitbegründer Carl Neumann (1832-1925) als Herausgeber der Zeitschrift. Erst nachdem dieser die Position mit Band 10 (1876) an Klein und Mayer übergeben hatte, war wieder ein französischer Autor darin: ein "Lettre de M. Ch. Hermite à M. P. Gordan". Math. Ann. 10 (1876), S. 287-288. Das ist aus zweierlei Hinsicht hervorhebenswert: Erstens publizierte Hermite zunächst, wenn in einer deutschen Zeitschrift, meist im Konkurrenzorgan *Journal für die reine und angewandte Mathematik* (Crelle-Journal), vgl. (Tobies/Rowe 1990, S. 44); zweitens besaß Hermite Einfluss und zahlreiche Schüler, sodass sein Urteil über Kleins Arbeiten wichtig wurde (vgl. Abschnitte 4 und 5).

Halphen war der nächste französische Autor, den Klein gewann. Über dessen Arbeiten hatte Klein schon im Seminar des WS 1875/76 vortragen lassen: Isaak Bacharach (1854-1942) sprach über Halphens Arbeit „Sur la conservation du genre des courbes algébriques dans les transformations uniformes“ (Bulletin de la société mathématique, t. IV, 29-41) und Ludwig Schleiermacher (1855-1927) über „Sur une série de courbes analogues aux développées (Journal de Mathématiques, 3^e série, t. II, 87-144) (Klein-Protokolle, Bd.1, S.197; 202). Halphen promovierte erst 1878 mit der Dissertation "Sur les invariants différentiels", und zwar unter dem Vorsitz von Hermite und den Prüfern Bouquet und Darboux. Von Klein aufgefordert, schlug Halphen vor, erst eine Arbeit aus den *Proceedings* der London Mathematical Society nachzudrucken (UBG Ms. Klein IX 532A): "Sur la Théorie des Caractéristiques pour les Coniques", Math. Ann. 15 (1879), S. 16-38. Zugleich lieferte er eine weitere Arbeit mit "Recherches sur les courbes planes du troisième degré", ebd., S. 359-379, in welcher er sich eingangs auf Clebsch bezog.

Kleins funktionentheoretische Interessen führten zu Beziehungen mit jüngeren französischen Mathematikern; er erkundigte sich am 29. Mai 1880 bei Darboux:

Ich interessire mich in neuester Zeit (mit Rücksicht auf die vielen Fragen, die sich mir bei den elliptischen Functionen aufdrängen) sehr für allgemeine Functionentheorie, in der ich leider bisher nur zu unwissend war. Abgesehen von Ihren schönen Arbeiten fesseln mich z.B. die neueren Noten von Picard. Wer ist dieser P.? Wer andererseits Appell, dessen Namen man bei solchen Untersuchungen jetzt oft liest? Wenn ich nach Paris komme hoffe ich alle diese Herren persönlich kennen zu lernen und ausführlich zu sprechen. Aber freilich ist es durch meine Leipziger Berufung mehr als zweifelhaft geworden, ob ich die Pariser Reise schon in diesem Herbste ausführe. (BParis 70)

Klein wechselte zum Oktober 1880 von der TH München an die Universität Leipzig und reiste erst 1887 wieder nach Paris. Doch bereits zuvor gelang der Kon-

takt mit den erwähnten jüngeren Mathematikern, unterstützt durch Darboux, der selber – wegen Überlastung – insgesamt nur eine kleine Note für die *Mathematischen Annalen* lieferte, aber jüngere Mathematiker zu Klein nach Leipzig empfahl.

Zu Darboux' Note erfahren wir aus einem Brief Kleins vom 29. Mai 1880: *Heute früh ist Ihre Note wohlbehalten bei mir eingetroffen. Ich kann nur sagen, dass ich sie sehr klar und verständlich finde, und dass ich sie als Zierde unserer Annalen betrachten werde. Hoffentlich gelingt es, dieselbe gleich hinter meine betr. Note (deren Correctur ich täglich erwarte) einzuschalten, so dass die Zusammengehörigkeit auch aeusserlich erkennbar ist.* (BParis 70). Darboux' Note "Sur le théorème fondamental de la géométrie projective. (Extrait d'une lettre à M. Klein)", *Math. Ann.* 17 (1880) S. 55-61, kam hinter Kleins Arbeit "Ueber die geometrische Definition der Projektivität auf den Grundgebilden erster Stufe" (ebd., S. 52-54). Darin stellte Klein, angeregt durch Darboux, einen ihm in seinen Arbeiten zur nichteuklidischen Geometrie unterlaufenen Irrtum richtig, bezogen auf eine Definition von Staudts.

Darboux' Empfehlungsschreiben vom 15. Oktober 1880 für Georges Brunel (1856-1900) lautete: *Erlauben Sie mir, all Ihrem Wohlwollen die Person zu empfehlen, welche Ihnen diesen Brief überbringen wird, Herrn Brunel. [...] ich wäre Ihnen sehr dankbar, wenn Sie es ihm ermöglichen, sein Jahr in Deutschland zu nutzen. [...].* (Richter 2015, S. 57) Brunel war fleißig, trug dreimal in Kleins Seminar "Geometrie und Funktionentheorie" vor, im WS 1880/81 "Ueber die Bestimmung des Geschlechtes p " am 20.11.1880 und "Ueber die Analysis situs" am 31.1.1881 (Klein-Protokolle, Bd. 2, S. 76-79; 114-120); im SS 1881 "Ueber die Mannigfaltigkeitslehre" am 2.5.1881 (ebd., Bd. 3, S. 14-19). Brunel analysierte Literatur aus verschiedenen Gebieten. Aber es fiel ihm offensichtlich nicht leicht, ein eigenes Thema kreativ zu bearbeiten, wie Klein am 3. Mai 1881 Darboux informierte:

Ich muss Ihnen doch ein paar Worte über Brunel schreiben. Er ist merkwürdig receptiv, es gibt kaum etwas, was er nicht gelesen und auch wirklich verstanden hat. Dagegen will es mit der Productivität nur langsam vorwärts; alle Versuche, ihn zu Arbeiten in grösserem Style zu veranlassen, (und an denen habe ich es nicht fehlen lassen) sind bisher gescheitert. Erst ganz neuerdings hat er Untersuchungen über Krümmungsradien begonnen, bei denen ich ihn natürlich unterstütze, aus denen hoffentlich etwas publikationsfähiges wird. Diess schliesst natürlich nicht aus, dass er mir persönlich sehr werth ist. Er ist im Verkehr liebenswürdig, nur nicht besonders gewandt, die deutsche Sprache macht ihm trotz aller Uebung noch immer viel Schwierigkeit. [...] (BParis 72-73)

Kurze Zeit später meldete Klein Fortschritte: *Brunel hat mir neuerdings ein Manuscript gebracht, in welchem er Formeln für Krümmungsverhältnisse bei Curven in n Dimensionen zusammengestellt hat; ich bat ihn, mir dasselbe für die *Annalen* auszuarbeiten.* (Brief v. 28.5.1881, BParis 74) Brunels Arbeit, die an Camille Jordans "Essai sur la géométrie à n dimensions" (*Bulletin de la Société Mathématiques de France*, t. III, S. 103-173) anknüpfte, war am 3. Juni 1881 in Leipzig fertig und erschien als: "Sur les propriétés métriques des courbes dans un espace linéaire à n dimensions", *Math. Ann.* 19 (1882) S. 37–55.

Im Annalen-Band 19 (1882) publizierten neben Brunel drei weitere französische Autoren: Appell und Picard – nach denen sich Klein bei Darboux erkundigt hatte und die beide übrigens seit 1881 durch Heirat mit Hermite verwandt waren – sowie Poincaré, mit dem Klein gerade die genannte intensivere Korrespondenz pflegte.

Poincarés Annalen-Arbeit "Sur les Fonctions Uniformes qui se reproduisent par des Substitutions Linéaires" (S. 553-564) enthielt den Begriff "groupes Fuchsien", nach Lazarus Fuchs (1833-1902), was Klein zur Gegenwehr veranlasste; dazu gehörte auch ein abgedruckter Briefauszug Poincarés im nächsten Band: "Sur les Fonctions Uniformes qui se reproduisent par des Substitutions Linéaires. (Extrait d'une lettre adressée à Mr. F. Klein.)". *Math. Ann.* 20 (1882) S. 52-53.

Nachdem Klein Paul Appell 1881 das Angebot unterbreitet hatte, in den *Mathematischen Annalen* zu publizieren (Briefe v. 22.6., 20.7., 25.8.1881, UBG Ms. Klein VIII 24-28), schickte dieser mit Brief vom 25. August 1881 die Abhandlung: "Sur une classe de fonctions analogues aux fonctions Eulériennes", *Math. Ann.* 19 (1882), S. 84-102. Kurze Zeit später sandte Appell eine weitere Arbeit, vollendet am 23.9.1882 in Paris: "Développements en série d'une fonction holomorphe dans une aire limitée par des arcs de cercle." *Math. Ann.* 21 (1883) S. 118-124. Ostern 1887 in Paris traf Klein u.a. Appell, der daraufhin weitere, durch Diskussion mit Klein gewonnene Erkenntnisse in einem Brief (v. 26.4.1887) niederlegte: "Quelques remarques sur la théorie des potentiels multiformes. (Extrait d'une lettre adressée à Mr. F. Klein)", *Math. Ann.* 30 (1887), S. 155-156.

Picard – von dem Briefe aus dem Jahren 1882 bis Mitte der 1890er Jahre im Klein-Nachlass liegen (UBG XI 204-210) – reagierte ebenfalls positiv auf Kleins Wunsch. In seiner Antwort vom 2.1.1882 bezeichnete er "Kleins" Zeitschrift als eine der wichtigsten in der Epoche, die in Frankreich sehr geschätzt würde, auch von Hermite (UBG Ms. Klein XI 204). Picard fungierte als ein Mittler zwischen Klein und seinem Schwiegervater Hermite, der ihn beauftragte, Klein seine Wertschätzung auszudrücken und zu sagen, dass er von ihm inspiriert worden sei (ebd., 204). Picard half, Kleins Wunsch nach einem Zeitschriften-Austausch zwischen den *Göttinger Nachrichten* und französischen Zeitschriften zu organisieren (ebd., 205) und Publikationen Kleins über Hermite bei der französischen Akademie zu präsentieren (ebd., 206). Picards Aufsatz in den *Mathematischen Annalen* "Sur un théorème relatif aux surfaces pour lesquelles les coordonnées d'un point quelconque s'expriment par des fonctions abéliennes de deux paramètres" (19 (1882) S. 569-577), folgten später noch zwei publizierte Briefauszüge: "Sur les formes quadratiques à indéterminées conjuguées. (Extrait d'une lettre adressée à Mr. F. Klein)", *Math. Ann.* 39 (1891), S. 142-144; und "Sur l'extension des idées de Galois à la théorie des équations différentielles. (Extrait d'une lettre adressée à Mr. Klein)", *Math. Ann.* 47 (1896), S. 155-156.

Band 23 (1884) enthielt den Beitrag "Détermination du genre d'une courbe algébrique" (S. 527-538) von Louis Raffy (1855-1910), der am 12.12.1882 in Paris mit der Arbeit "Recherches algébrique sur les intégrales abéliennes" promoviert, durch Hermite gefördert wurde und 1899 eine für ihn errichtete Professur für

d'Application de l'analyse à la Géométrie an der Sorbonne erhielt (vgl. Chronique 1910). Im Band 24 (1884) publizierten Goursat "Sur les intégrales rationnelles de l'équation de Kummer" (S. 445-460) und Halphen: "Sur une équation différentielle linéaire du troisième ordre" (S. 461-464). Letzteres war ein Briefauszug an Klein, wobei Halphen von Kleins Vermutung ausging, dass sich die Gleichung 168. Grades durch eine lineare Differentialgleichung dritter Ordnung lösen lassen müsste.

Diese Politik wurde fortgeführt, als Klein 1886 einem Ruf an die Universität Göttingen folgte. Mit Darboux' Empfehlungen kamen Paul Painlevé und Nicolas Cor zum WS 1886/87 nach Göttingen (vgl. Richter 2015, S. 71). Sie nahmen an Kleins Seminar über Gruppentheorie und algebraische Gleichungen teil, jedoch ohne selbst vorzutragen (Klein-Protokolle, Bd. 8). Painlevé erinnerte sich noch zehn Jahre später an die unvergessene Studienzeit und knüpfte mit seinem Schüler Auguste Henri Léon Boulanger (1866-1923) an Kleins Methoden an. (UBG XI 159)

Zu Beginn der 1890er Jahre studierten Henri Padé und Henry Bourget bei Klein. Padé sprach im Seminar des SS 1890 über die Eigenschaften der Gamma-Funktion (Klein-Protokolle, Bd.10, S. 57-58). Beide gehörten auch im WS 1890/91 zu den Seminar-Mitgliedern, wobei Klein hier nur selbst über lineare Differentialgleichungen vortrug (ebd.). Padé promovierte 1892 bei Hermite und wurde der Übersetzer von Kleins *Erlanger Programm* (vgl. Abschnitt 4); Bourget verbrachte auch eine kurze Zeit in Berlin (UBG Ms. Klein VIII 201) und promovierte erst 1898 in Paris mit dem Thema "Sur une classe particulière de groupes hyperabéliens".

Mit Hermite, der Kleins Schüler Ferdinand Lindemann (1852-1939) zum Transzendenz-Beweis von π angeregt hatte, korrespondierte Klein noch 1887 und 1892 mathematisch (UBG IX 687-691). Klein nahm bei dem Thema nacheinander eine zentrale anregende, vermittelnde und popularisierende Rolle ein (vgl. Rowe 2015). Seine Korrespondenz hierzu mit Hermite führte noch zu dessen Publikation: "Sur une extension de la formule de Stirling". Math. Ann. 41 (1893), S. 581-590.

Weitere französische Autoren dieser Jahre waren Marie Georges Humbert und Louis Gérard aus Lyon. Nach Ersterem sind Humbert surfaces und ein Appell-Humbert théorème benannt; Humbert folgte später auch Hermite im Gebiet der Zahlentheorie. Mit seiner Dissertation "Sur les courbes de genre un" (Paris 1885) hatte sich Humbert auf Clebsch bezogen. Nach Korrespondenz mit Klein (UBG IX 869-870) publizierte er: "Sur la théorie générale des surfaces unicursales". Math. Ann. 45 (1894), S. 428-445. Gérards Beitrag war: "Construction du polygone régulier de 17 côtés au moyen du seul compas". Math. Ann. 48 (1897), S. 390-392.

Klein rang immer wieder darum, diese Internationalität zu wahren. Im Jahre 1999, als Jacob Horn (1867-1946) – nach ihm sind Horn-Funktionen benannt – sechs Beiträge über Differentialgleichungen in den *Annalen* publizierte, aber kein französischer Autor, drückte Klein seine Unzufriedenheit darüber in einem Brief vom 23. Dezember 1999 an Walther Dyck (1856-1934) aus: "Ich habe vorläufig nur Hilbert klar gemacht, dass die Annalen wieder mehr eine vornehme internationale Geltung gewinnen müssen, wie wir sie früher hatten. Differentialgleichungen z.B.

dürfen nicht bloss von Horn vertreten sein, sondern wir müssen einige der jüngeren Franzosen zu gewinnen suchen." (Zitiert in Tobies 1994, S. 47)

Unterstützt durch Hilbert, den Klein als einen Hauptherausgeber neben sich etablierte, publizierten zu Beginn des 20. Jahrhunderts Émile Borel (1871-1956), Maurice Fréchet (1878-1973) u.a. in den *Mathematischen Annalen*.

Zugleich versuchte Klein, französische Autoren für die *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen* (Vertrag mit B.G. Teubner, Leipzig, 1896) zu interessieren. Die herausgebenden deutschsprachigen Akademien verfügten 1900, dass der Verlag eine französische Ausgabe veranstalten darf (Tobies 1994, S. 73), sodass bei Gauthier-Villars, Paris, die *Encyclopédie des sciences mathématiques pures et appliquées* entstand, eine stark bearbeitete Version. Appell fungierte als ein Herausgeber, neben dem Hauptinitiator Jules Molka (1857-1914). Appell übernahm auch die Hauptregie von Band IV (Mechanik) – wie Klein bei der deutschen Edition. Brunel, Painlevé und Ernest Vessiot (1865-1952) wurden bereits Autoren am Analysis-Band der *Encyklopädie*. Teile dieses Bandes waren übrigens zuerst für die *Encyclopédie* fertig, sodass Beiträge von Borel, Fréchet, Paul Montel (1876-1975) und Ludovic Zoretti (1880-1948) zugleich die Basis für die wiederum bearbeiteten deutschen Artikel bildeten. Poincarés zugesagte Band-Herausgabe bei der *Encyclopédie* konnte nicht realisiert werden, da das Projekt wegen des Ersten Weltkrieges unvollendet blieb. (Tobies 1994; auch Gispert 1999)

Als Klein mit Arnold Sommerfeld (1868-1951) im Herbst 1898 in den Niederlanden weilte, um theoretische Physiker für die Bände IV (Mechanik) und V (Physik) der *Encyklopädie* zu begeistern, wandte er sich noch allein weiter nach Paris (Eckert 2011, S. 140), wo er bei seinem Bemühen um Autoren nicht alle Wünsche erfüllt erhielt, wie Briefe von Brillouin und Raveau vom Herbst 1899 an Klein (UBG Ms. Klein VIII 292; XI 432) und auch ein Schreiben Kleins vom 20. Oktober 1898 an Sommerfeld ausdrücken (UBG Ms. Teubner 49, Bl. 5-6). Klein konnte bei diesen anwendungsorientierten Bestrebungen aber wichtige Kontakte zu Maurice d'Ocagne (1862-1938), Nomographie, und Charles Lallemand (1857-1938), Geodäsie, gewinnen, die an der französischen Ausgabe mitarbeiteten. (Brief v. d'Ocagne, 11.10.1898, UBG Ms. Klein X 138) Der französische Marine-Ingenieur und Astronom Édouard Caspari (1840-1918) schrieb einen Beitrag über die Theorie der Uhren für Band VI der deutschsprachigen *Encyklopädie*, der 1905 erschien.

4 Übersetzungen von Kleins Arbeiten: "Il avait passé une heure comme dans le ciel"

In den 1890er Jahren erschienen Übersetzungen von Kleins *Erlanger Programm* (1872) in verschiedenen Sprachen (vgl. Klein 1923, S. 17), darunter die erwähnte Französische von Henri Padé: "Considérations comparatives sur les recherches géométriques modernes" in: *Annales de l'école normale supérieure* (3) vol. 8 (1891), 87-102, 173-199. Obwohl Klein empfohlen hatte, als Grundlage für die

Übersetzung die durch Gino Fano (1871-1952) gerade vollendete italienische Ausgabe zu verwenden, in welcher Klein einige Neuerungen eingebracht hatte, nutzte Padé die deutsche, unveränderte Version, weil ihm die deutsche Sprache leichter fiel (vgl. Briefe von Padé an Klein am 27.10. und 3.11.1890, UBG XI 157,158). Deshalb fügte Klein der französischen Ausgabe eine Anmerkung bei (S. 87):

"Après l'apparition, il y a à peu près un an, dans les *Annali di Matematica*, d'une traduction italienne de mon programme d'Erlangen, j'ai accepté d'autant plus volontiers la proposition de M. Padé d'en publier aussi une traduction française que, actuellement, la théorie des groupes semble, plus que jamais, occuper en France l'attention, et que, par suite, le contenu de mon programme y excitera peut-être quelque intérêt. Dans la traduction italienne, j'avais apporté au texte un petit nombre de modifications et ajouté quelques notes rectificatives; elles sont passées ici sans modification, et ont été également mises en évidence dans le texte au moyen de crochets []. Des travaux postérieurs, je n'en ai cité aucun, quelque près qu'ils touchassent le sujet; c'est qu'un compte rendu systématique des travaux parus depuis 1872 est une tâche de longue haleine, qui ne me semble pas réalisable sans un remaniement complet et détaillé des idées émises dans mon programme, je puis espérer l'accomplir dans un avenir plus éloigné. F. Klein."

Mit der Übersetzung wurde in Frankreich stärker sichtbar, dass Klein bereits 1872 Camille Jordans Arbeit über Gruppen der Bewegungen (Sur les groupes de mouvements) und Michel Chasles' Anschauungsweise, die metrischen Eigenschaften als projektivische Beziehungen zu einem Fundamentalgebilde (dem unendlichen Kugelkreis) zu betrachten, als Ausgangspunkte unterstrichen hatte.

Während seines Paris-Aufenthalts 1887 hielt Klein am 13. April einen Vortrag in der Société mathématique de France, in dem er die gruppentheoretische Behandlung der kubischen Fläche mit 27 Geraden vorstellte und zeigte, dass das Problem isomorph ist mit der Dreiteilung der hyperelliptischen Funktionen vom Geschlecht zwei – **hatte wohl schon Jordan (vgl. bei Sylvester)**. (Vgl. Tobies 2016) Die damit verbundene Vertiefung seiner Kontakte spiegelt sich in der nachfolgenden Korrespondenz und in Publikationen. In einem Brief vom 22. September 1887 an Camille Jordan hatte Klein sein Vortragsthema näher ausgeführt, sodass dieser einen "Extrait d'une Lettre adressée à M. C. Jordan" im Journal des mathématiques pures et appliquées (4) t.4 (1888), S. 169-176, veranlasste.

Ein langer mathematischer Brief Hermites an Klein vom 11. September 1887, u.a. mit Grüßen von "Madame Hermite" und Picard (UBG Ms. Klein XI 687), erhellt die gewonnenen Beziehungen. Es folgten zwei weitere Briefe Hermites vom 28. August und 29. September 1892. Hermite bedankte sich u.a. für die Zusendung von Kleins Vorlesungen über die elliptischen Modulfunktionen. An den neuen funktionentheoretischen Ansätzen war auch Hermites Schwiegersohn Picard interessiert, der ihm schon am 24. Juni 1892 geschrieben hatte, dass sie (Picard und Hermite) mit Ungeduld den zweiten Band über Modulfunktionen erwarteten. Picard bestätigte dessen Eingang am 17. Oktober und bedankte sich dafür, dass seine Arbeiten darin so positiv beachtet würden. Picard verwies zugleich auf eigene neuere Ergebnisse

zum Thema, hob Kleins *belle illustration électrique de principaux problèmes* und die übereinstimmende Ansicht über Riemanns Bedeutung hervor. Aber er verteidigte zugleich Hermite u.a. (H. A. Schwarz; L. Fuchs) mit Bezug auf in Kleins Vorlesungen enthaltene Polemik; vorsichtig schreibend: [...] *la polémique dans un cours nous étonne un peu* [...]. (UBG XI 208, 209)

Hermite, der die deutsche Sprache selbst nicht hinreichend beherrschte, gewann – trotz Kleins polemischer Äußerungen – wachsendes Interesse an dessen Arbeiten. Er ließ Kleins Arbeiten übersetzen. Dies führte vor allem Léonce Laugel aus, der nun zu einem intensiven Vermittler zwischen Hermite und Klein wurde. Laugel schrieb am 1. Oktober 1895 an Klein, dass er eine Übersetzung der Evanston Colloquium-Beiträge (1893) vorbereite. Dahinter steckte zunächst Hermites Interesse an Kleins Beitrag über e und π (vgl. auch Rowe 2015, bes. S. 222).

Monsieur et très honoré Professeur,

Je prends la liberté de solliciter votre autorisation, nécessaire à la publication dans les Nouvelles Annales de Mathématiques d'une traduction de "Transcendance des nombres e et π ", Evanston Colloquium. C'est M. Hermite pour l'usage personnel duquel j'ai traduit tout le Colloquium et pour qui je traduis en ce moment avec le plus grand plaisir et intérêt. Riemannsche Flächen et Hypergeometrische function qui m'a suggéré cette idée, dans le vif désir de porter les études sur ces admirables productions, trop peu étudiées en France. Je lui ai traduit aussi le discours "Ueber Riemann und seine Bedeutung" dont il m'a écrit qu'en le lisant "il avait passé une heure comme dans le ciel". En autoriseriez vous aussi la publication. J'en avais à M. Darboux sur la demande de M. Hermite mais n'ai pas reçu de réponse. [...] (UBG X 627)

Das Lesen von Kleins Wiener Vortrag "Riemann und seine Bedeutung für die Entwicklung der modernen Mathematik" (1894) (Klein 1923, S. 482-497) musste Hermite ebenfalls höchst begeistert haben, wenn er schrieb, dass er damit eine Stunde wie im Himmel verbracht habe (vgl. auch das Titel-Zitat von Abschnitt 4). Klein hatte in diesem Vortrag die französischen Arbeiten integriert; auch Hermite namentlich genannt: "Nach einer Notiz von Hermite hat Riemann bereits den Satz gekannt, der später von Weierstass publiziert und neuerdings von Picard und Poincaré behandelt wurde, nämlich dass die Thetareihen ausreichen, um die allgemeinsten periodischen Funktionen mehrerer Variablen aufzustellen." (Ebd., S. 489f.) Durch Verweis auf neueste französische Lehrbücher (Picard, *Traité d'analyse*, Bd. 2, Paris 1893; Appell et Goursat, *Théorie des fonctions algébriques et de leurs intégrales*, Paris 1895) hatte Klein zudem demonstriert, wo sich besonders an Bernhard Riemann (1826-1966) anknüpfende Entwicklungen in der Funktionentheorie vollzogen; wenn er auch mit Hermites Vorwort zu Appell-Goursat gar nicht einverstanden war, weil dieser das Missverständnis, dass Cremonas Theorie Riemanns Ansatz mit umfassen würde, kolportierte (vgl. Klein 1979, T.1, S.302)

Veranlasst durch Hermite und Goursat, übersetzte Laugel gleichfalls die Werke von Riemann. Klein wurde um ein Geleitwort gebeten (Brief v. 10.2.1896, UBG Klein X 633, 633/Anl.), ein Wunsch, dem er sofort nachkam, denn bereits am 23.

Februar 1896 bedankte sich Laugel auch im Namen von Hermite dafür (ebd., X 634), publiziert in: *Œuvres mathématiques de Riemann*, traduites par L. Laugel, préface de Charles Hermite et discours de Felix Klein, Paris: Gauthier-Villars, 1898.

Die meisten übersetzten Arbeiten Kleins schickte Hermite an Charles-Ange Laisant (1841-1920), der ab 1896 die *Nouvelles Annales de Mathématiques, journal des candidats aux écoles polytechnique et normale* leitete (Bricard 1920). Laugel informierte Klein, dass Laisant als neuer Herausgeber an Übersetzungen deutscher Arbeiten sehr interessiert wäre. Aus einem Schreiben Laugels vom 26. November 1895 an Klein ist zu entnehmen, dass Kleins Arbeiten zur nichteuklidischen Geometrie, zur Riemannschen Fläche u.ä. zur Diskussion standen:

Pour repondre à ce que vous me faites l'honneur de m'écrire.. C'est la 2^e édition de vos Cours que j'ai. – Nicht-Euclid – et Riemannsche fläche – quand a Höhere Geometrie. La date et 1893. [...] (UBG X 628)

Klein präsentierte seit Anfang der 1890er Jahren einige seiner früheren Arbeiten in den *Mathematischen Annalen* wiederholt und aufgefrischt. Zudem sprach er über eigene neue Ideen in Vorlesungen, die vervielfältigt bzw. von Mitarbeitern zu (autographierten) Büchern ausgebaut wurden. Im WS 1889/90 und im SS 1890 hatte Klein jeweils zweistündige Vorlesungen über Nicht-Euklidische Geometrie gehalten und dazu auch noch einmal in den *Mathematischen Annalen* (1890) S. 544-572, publiziert, um die Ergebnisse breiter bekannt zu machen. Dies war auch bei Darboux erneut auf Interesse gestoßen, der am 21. Juni 1896 bei Klein anfragte, wie er dessen autographierte Vorlesungen erhalten könne (Richter 2015, S. 73).

Laugel übersetzte schließlich, unterstützt durch Alexander V. Vassilief aus Kazan, Kleins erwähnte (längere) Annalen-Arbeit über Nicht-Euklidische Geometrie, die allerdings – weil länger – nicht in Laisants Organ herauskam: "Sur la géométrie dite non euclidienne" in: *Annales de la Faculté des sciences de Toulouse: Mathématiques*, Sér. 1, 11 (1897) no. 4, S. p. G1-G62 (Brief v. Laugel an Klein, 6.3.1897, UBG X 638). Laugel fand dazu ein Urteil des britischen Mathematikers Andrew R. Forsyth (1858-1942) und reichte dies an Klein weiter: *Un exposé aussi qui me semble très intéressant est celui de M. Forsyth. – Cayley's obituary Notice. Proceedings of the Royal Society, tome 58. – p.XXXIII et seq. – ... "this fundamental step was taken by Klein in his admirable memoir "Ueber die sogenannte..." Math. Ann. tome 4. 1871 [...] (UBG X 628)*

Hermite's Beifall fand gleichfalls Kleins Arbeit "Ueber die Nullstellen der hypergeometrischen Reihe" (*Math. Ann.* 37 (1890), S. 573-590), die eine für weitere Untersuchungen von Differentialgleichungen zweiter Ordnung nützliche Methode enthielt. Die darin entwickelten Sätze hatte Klein in seiner Vorlesung über Lineare Differentialgleichungen (4-stündig, SS 1890) vorgetragen; darüber auch 1893 in den USA. Mit einer 4-stündigen Vorlesung über die hypergeometrische Funktion im WS 1893/94 baute er das Thema aus, dabei auf ein Picard-Vessiot'sches Klassifikationsprinzip verweisend (Klein 1933, S. 279ff.). In seinen Vorlesungen über die hypergeometrische Reihe und über lineare Differentialgleichungen wählte Klein "den Hermite'schen Fall der Lamé'schen Gleichung" als wichtigen Ausgangspunkt,

(Klein 1895, S. 87-90). Bereits am 21. Juli 1894 hatte er in der Sitzung der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften einen Vortrag zum Thema "Über den Hermiteschen Fall der Laméschen Differentialgleichung" gehalten (Göttinger Nachrichten 1895). Auf dieses Thema lenkte Klein auch seine US-amerikanische Doktorschülerin Mary F. Winston (1869-1959). Sie trug darüber in Kleins Seminar vor und reichte die Dissertation 1895 ein. In Paris war dies positiv zur Kenntnis genommen worden. Laugel informierte Klein über Hermites Ansicht:

Je viens d'envoyer à M Hermite la fin de la première partie d'hypergeomet. fonction. Il m'écrit: ... "Je suis de plus sous le charme et dans la plus grande admiration des écrits de M. Klein, sans vous à cause de ma connaissance imparfaite de l'allemand je n'aurais jamais eu l'idée de la nature exacte et de la profonde portée d'esprit du grand géomètre dont les talents et les belles découvertes m'inspiraient la plus grande estime, mais que j'étais dans l'impossibilité d'apprécier comme je suis si heureux de le faire grâce à votre obligeance maintenant ... (Brief v. 26.11.1895, UBG Klein X 628)

Nachdem das letzte Kapitel von Kleins Arbeit zur hypergeometrischen Funktion übersetzt war, signalisierte Laugel erneut Hermites positives Urteil darüber, der sie am 8. Februar 1896 als *un Chef-d'œuvre* (Meisterwerk) bewunderte:

Le dernier Chapitre de M. Klein [dans hyperg. fonction] que vous venez de me traduire est tout simplement un Chef d'œuvre et je ne puis assez vous dire à quel point cela m'intéresse et combien je l'admire. J'aurais voulu écrire à l'illustre géomètre au sujet de la communication sur le pendule qui touche de près à mes recherches; mes occupations récentes et un peu de fatigue m'ont retardé. Mais j'espère à tête reposée, une fois l'affaire de la souscription pour le portrait et l'adresse à M. Mittag-Leffler terminée, pouvoir le faire... etc.

Signé Ch. Hermite (UBG X 633/Anl.)

Im Wintersemester 1895/96 hielt Klein in Göttingen zwei (2-stündige) Vorlesungen, über Zahlentheorie und über die Theorie des Kreisels, die beide sein damaliger Assistent Arnold Sommerfeld auszuarbeiten hatte. Klein regte in diesen beiden Gebieten ebenfalls nicht nur junge Forscher zu kreativer Arbeit an, sondern entwickelte eigene neue Ideen, die er publizierte und die in Frankreich sofort zur Kenntnis genommen und übersetzt wurden.

Seinen neuen Ansatz in der (geometrischen) Zahlentheorie hatte Klein kurz auf der DMV-Jahresversammlung in Lübeck 1895 vorgestellt: "Zur Theorie der gewöhnlichen Kettenbrüche", in: Jahresbericht der DMV, 4 (1895) S. 153-154, und ausführlicher in den Göttinger Nachrichten eingereicht (19.10.1895). Auf letzterer Version basierte Laugels Übersetzung, die unter dem Titel "Sur une représentation géométrique du développement en fraction continue ordinaire", in: Nouvelles annales des mathématiques (3) t. 15 (1896), 327-331, veröffentlicht wurde. Klein zeigte hier im Anschluss an Gauß, wie sich die Zahlen des Körpers $\sqrt{-D}$ als Gitterpunkte eines Parallelogrammgitters interpretieren lassen und wie dies mit der komplexen Multiplikation elliptischer Funktionen verbunden ist. (Vgl. Klein 1979, T. 1, S. 321)

Hermite, der jeweils die noch unpublizierten Übersetzungen von Laugel erhielt, nahm Kleins neue Ansätze in der Zahlentheorie besonders euphorisch auf, weil damit ein Problem gelöst war, an dem er sich vergeblich versucht hatte (vgl. dazu auch Goldstein 2011). Laugel schrieb an Klein:

Monsieur et très honoré Professeur,

Vous trouverez ci-inclus (copied) une belle lettre de M. Hermite au sujet de la traduct.[ion] que je lui ai envoyée. Je n'ai pas pensé trahir sa confiance en vous en donnant copie, certain que je suis qu'elle restera entre nous.

Il est beau de voir un aussi grand homme applaudir à ces grands successeurs qui le dépassent. [...] (Brief v. 9.1.1896, UBG Ms. Klein X 631)

Hermite beschrieb im Brief an Laugel, welche Hoffnung er auf das Lösen des Problems gesetzt und in welcher Richtung er eine Lösung erwartet hatte. Hermites Begeisterung gipfelte darin, dass er Klein als einen neuen Joshua im gelobten Land (*comme un nouveau Josué dans la terre promise*) bezeichnete:

Janvier le 6 1896

Cher M. Laugel

L'article de M. Klein sur la représentation géométrique des développ.[ements] en fract.[ion] cont.[inue] dont vous m'avez envoyé la traduction m'a intéressé au plus haut point. Il est l'aurore, il contient l'annonce d'une conquête mathématique glorieuse à laquelle personne n'applaudira plus que moi; vous savez que je l'ai entrepris vainement et n'ai jamais cessé de regretter mon insuccès.

Si vous le pensez convenable veuillez faire parvenir mes plus vives, mes plus cordiales félicitations au géomètre heureux et habile qui a pénétré le premier dans un domaine dont l'accès m'est toujours resté interdit. et où lui est réservée une glorieuse récompense de ses efforts. Je ne puis douter que par des Méthodes arithmétiques praticables il ne réussisse à donner pleine satisfaction à tous ceux qui désirent voir de mécanisme des opérations en nombre fini donnant d'une part l'approximation indéfinie des racines des équations numériques du 3^e degré à coefficients entiers, et de l'autre les transformations en elles mêmes des formes quadratiques ternaires in définies.

L'observation joue, je le crois, un rôle capital dans les recherches sur les nombres; [...] elle peut révéler les mystères qui se jouent de nos efforts, tant leur nature est cachée. Les nombres s'offrent d'eux mêmes et tout d'abord à l'étude; ils se trouvent comme en première ligne bien avant les transcendentes de l'analyse et ils se dérobent comme jaloux de garder des secrets qui sont pour nous d'un si grand prix.

J'ai toujours pensé que l'algorithme généralisé des fract.[ions] continues donnerait une arme puissante pour les leur arracher; je me suis bercé de l'espoir que les réseaux périodiques par lesquels s'obtient l'approximation indéfinie des racines des équations algébriques et leurs unités complexes révéleraient les affections, comme dit Kronecker, de ces équations. Mais encore, faut il pouvoir les former pour les observer et surprendre les circonstances attachées aux simples racines cubiques, par

exemple, ou aux équations abéliennes. Je vous au déjà parlé à propos des travaux de M. Minkowski de la thèse d'un de mes bons élèves [...]

Je serai bien heureux de voir enfin les barrières abaissées et l'illustre Klein entrer comme un nouveau Josué dans la terre promise que j'ai un des premiers entrevu mais de bien loin! [...]

Ch. Hermite (UBG X 631/Anl.)

Kleins Arbeit "Über die Bewegung des Kreisels" hatte ebenfalls engen mathematischen Bezug zu Hermite. Die am 11. Januar 1896 bei den *Göttinger Nachrichten* vorgelegte Arbeit schickte Klein nach Paris, was sich bereits in Laugels Brief an Klein vom 28. Januar 1896 widerspiegelt. Die Übersetzung kam im selben Band wie die zahlentheoretische Arbeit, mit dem Titel "Sur le mouvement d'un corps grave de révolution suspendu par un point de son axe (der Kreisel)" in: *Nouvelles annales des mathématiques* (3) 15 (1896), S. 218-222. Laugel sandte Klein wiederum Hermites Ansicht dazu, der Kleins Resultat einen sehr hohen Stellenwert (*d'une bien haute importance*) beimaß: *Vous trouverez ci – joint lettre de M. Hermite (copie) qui vous concerne.* (UBG Ms. Klein X 632)

Paris 27 Janvier 1896

[...] Vous pensez combien j'ai été sensible à la communication extrêmement bienveillante dont M. Klein vous a fait l'intermédiaire. Le résultat concernant les formules pour le mouvement d'un Corps pesant de révolution est d'une bien haute importance. Veuillez présenter tous mes compliments les plus cordiaux à M. Klein. J'emploierai le premier metant [mettant] de liberté dont je pourrai disposer pour étudier la question à fond et peut-être trouverai – je quelque chose à écrire à l'illustre maître de Göttingen.

[...] Signé Ch. Hermite (UBG Ms. Klein X 632/Anl.)

In Kleins Arbeit waren die Bewegungsgleichungen des Kreisels mit den Hermite-Laméschen Differentialgleichungen erfasst worden, was Sommerfeld mit vielen Stunden "Felix-Dienst" noch ausbaute (Eckert 2011, S. 131ff.). Klein hatte entsprechende französische Arbeiten bereits nach seinem zweiten Paris-Aufenthalt in einem Seminar über Kreiseltheorie im SS 1887 studiert, darunter den *Cours de Mécanique* von Théodore Despeyroux (1815-1883), ediert von Darboux, Paris 1884 (Klein-Protokolle, Bd. 8). Außerdem lenkte er Sommerfeld bereits in diese Richtung, bevor dieser die Assistentenstelle bei ihm erhielt: "Nächstens soll ich wieder vortragen, über neuere französische Arbeiten. Klein organisiert alles um sich herum, er hat nicht Zeit diese Dinge alle zu lesen und will sich darüber vortragen lassen." (Brief v. 5.1.1894, Eckert 2011). Sommerfelds Vortrag "Über Arbeiten französischer Mathematiker (insbesondere Picard)" fand am 27. Februar 1894 in der Göttinger Mathematischen Gesellschaft statt. (Ebd., S. 103)

Die Zeitschrift *Nouvelles annales de mathématiques* enthielt in Sér. 3, 15 (1896) einen weiteren Beitrag Felix Kleins, übersetzt von Laugel, "L'œuvre géométrique de Sophus Lie", S. 1-20. Es folgten zwei Arbeiten im Jahrgang 16 (1897): "Über Arithmetisierung der Mathematik" (*Göttinger Nachrichten*, 1895) als Sur «l'arithmétiza-

tion» des mathématiques, in: *Nouvelles annales de mathématiques*, Sér. 3, 16 (1897), S. 114-128, wobei Laugel erneut mit Alexander V. Vassilief kooperierte (UBG X 636); und "Sur la stabilité d'une toupie qui dort (sleeping)", ebd. S. 323-328. Letzteres war der Vortrag, den Klein am 17. Oktober 1896 bei einer Konferenz der American Mathematical Society in Princeton gehalten hatte. Auch hiervon sind Ansichten Hermites erhalten, der Laugels Übersetzungen jeweils sichtetete, bevor sie an die Zeitschrift gegeben wurden: *Voici ce que m'écrit M Hermite. "Les deux articles de Klein sur la toupie et sur la théorie des nombres me sont parvenus. Le premier une petite perle mais une perle des plus précieuses, le second œuvre considérable, magistrale dont nous ne saurions trop insister sur l'intérêt et l'importance."* (UBG X 640, Bl. 74)

Laugel verfolgte weiterhin Kleins Arbeiten (UBG X 639, 644) und kümmerte sich um das Angebot des Verlegers A. Hermann, alle bisher von ihm übersetzten Beiträge vom Evanston Colloquium 1893 geschlossen zu publizieren (Ebd. 640, Bl. 75): *Conférences sur les Mathématiques, faites au Congrès de Mathématiques, tenu à l'occasion de l'Exposition de Chicago, par Félix Klein ... Recueillies par le professeur Alex. Ziwet, traduit par M. L. Laugel. Paris: A. Hermann 1898.* Bei den Übersetzungen folgten Klein und Laugel jeweils dem Grundsatz, zum Thema neu erschienene Arbeiten zu berücksichtigen (ebd., Brief v. 15.6.1897, X 641; 645).

Wenngleich Klein in Reflexionen über seine eigene Entwicklung meinte, seine kreative Phase sei in den 1890er weitgehend zum Erliegen gekommen, so trafen seine Arbeiten, z.T. alte Ergebnisse aufgefrischt, aber auch Neues entwickelt, gerade in dieser Zeit auf herausragende Anerkennung, was schließlich zu seiner Aufnahme in die Pariser Akademie der Wissenschaften führte (Abschnitt 5).

5 Akademie-Mitgliedschaften

Die Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen (Akademie) nahm Charles Hermite im Jahre 1861 als korrespondierendes und 1874 als auswärtiges Mitglied auf (Göttinger Nachrichten 1895). Gaston Darboux erreichte die Position des Korrespondenten am 3. November 1883; und als mit Hermites Tod am 14. Januar 1901 ein Platz frei wurde, erhielt Darboux den höheren Status des auswärtigen Mitglieds mit Wahl am 6. Juli 1901 und kaiserlicher Bestätigung vom 16. Oktober desselben Jahres. (AdW, Pers.12, 366; Pers.19, 340) Der von Hermann Amandus Schwarz (1843-1921) formulierte Wahl-Vorschlag für Darboux im Jahre 1883 enthält interessante Urteile über das Verhältnis deutscher und französischer Mathematiker sowie über die Rangfolge französischer Mathematiker:

Göttingen, den am 26ten October 1883

Der mathematischen Classe der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften beehre ich mich die Wahl des Herrn

Gaston Darboux

Professor an der Sorbonne in Paris

zum correspondirenden Mitgliede der Classe in Vorschlag zu bringen.

Da in den letzten Decennien durch den Einfluß Hermite's die mathematischen Studien in Frankreich einen so glänzenden Aufschwung genommen haben, ist es sehr erfreulich, die Einwirkung der deutschen Forschungen auf die Richtung der mathematischen Studien im Nachbarlande wahrzunehmen und bei den französischen Vertretern des Faches einer ausnahmslosen Werthschätzung der deutschen Mathematik zu begegnen.

Unter den zahlreichen Schülern Hermite's, auf welche das Augenmerk sich richtet, wenn es sich darum handelt, einem fremden Mathematiker eine Auszeichnung zu Theil werden zu lassen, kommen nach der, wie ich annehme, übereinstimmenden Überzeugung der Mitglieder unserer Classe in vorderster Linie die Herren Gaston Darboux, Poincaré und E. Picard in Betracht.

Nach dem Urtheile des Herrn Hermite, welcher den Arbeiten des Herrn Darboux die größte Bedeutung beimißt, verdient dieser die Auszeichnung, unter den genannten drei Mathematikern an erster Stelle genannt zu werden.

Die wissenschaftlichen Verdienste des Herrn Darboux sind den hochgeehrten Herrn Collegen ebenso bekannt, wie seine hohe Anerkennung verdienende Thätigkeit als Herausgeber der Zeitschrift, welche gewöhnlich unter seinem Namen citirt wird.

H. A. Schwarz (Archiv AdW, Pers 20, 435)

Felix Klein wirkte bereits unter Clebsch 1871 als Assessor an der Göttinger Akademie und wurde am 7. Dezember 1872 zum Correspondenten und am 12. November 1887 zum ordentlichen Mitglied der mathematischen Klasse (Göttinger Nachrichten 1887) gewählt, wie er auch an seinen zuvor eingenommenen Universitätspositionen Mitglied der jeweiligen Akademien worden war. Seit den 1890er Jahren mehrten sich die internationalen Ehrungen, wozu auch die Wahl zum korrespondierenden Mitglied der Académie des Sciences in Paris gehören sollte, welche – nach den vorliegenden Briefen – maßgeblich durch Hermite bestimmt wurde.

Als in Paris Kleins Wahl zum Korrespondenten der Akademie der Wissenschaften in St. Petersburg bekannt wurde, ereilten ihn Hermites Glückwünsche, die Laugel in einem Brief vom 26. Dezember 1895 übermittelte. Dabei verriet Laugel zugleich dessen Bemerkung, dass die Pariser Akademie bei der nächsten frei werdenden Position dieser Art dasselbe beabsichtige – als verspätete Belohnung für Kleins schöne Entdeckungen und seine unermüdliche Tätigkeit:

P.S. Je rouvre cette lettre pour vous faire part de la lettre de M. Hermite que je reçois à l'instant même

"Vous apprendrez certainement avec grand plaisir que l'Acad. de St. Petersburg vient d'élire comme membre correspondant M. Klein en même temps que M. Fuchs. Si vous avez l'occasion de lui en faire compliment permettez moi de vous demander de joindre mes plus vives félicitations aux vôtres." –

M. Hermite ajoute [Je vous demanderai Monsieur et honoré Professeur de me garder le secret sur ce dernier point, car je ne sais si je devrais l'écrire et ne voudrais pour rien au monde trahir la confiance de M. Hermite] ...

"et je suis assuré qu'à la prochaine vacance il recevra le même titre de notre académie; ce sera une juste bien que trop tardive récompense des belles découvertes et du travail infatigable qui ont illustré la carrière de l'illustre maître de Göttingen". –

En prenant donc la liberté de vous présenter mes respectueux compliments à cette occasion, en attendant avec impatience le plaisir de pouvoir le faire pour l'Institut

*Je suis avec profond respect
votre très dévoué et
obeissant serviteur
L. Laugel*

(UBG Klein X 630)

In einem Brief vom 25. April 1897 (im Original-Brief steht falsch "1896") – es war Kleins 48. Geburtstag – übermittelte Laugel schließlich Hermites Nachricht, dass ein Treffen mit der Absicht stattfinden soll, um Kleins Wahlvorschlag in der Akademie vorzubereiten, als Ersatz für James Joseph Sylvester (1814-1897), der am 15. März 1897 gestorben war. Hermites Worte lauteten: *Je me propose ensuite d'informer M. Darboux que vous avez mis à ma disposition l'Article de M. Klein des Annales traduit, dès qu'il rentrera à Paris après les vacances. Nous nous réunirons probablement Lundi en huit dans l'intention de proposer, vous serez heureux de l'appréhender, l'élection de M. Klein en remplacement de Sylvester.* (Ebd. X 640)

Darboux war seit 1884 Mitglied der Académie des sciences. Klein wurde zum 17. Mai 1897 als *Correspondent* aufgenommen und schrieb an Darboux:

Göttingen 18. Mai 1897

Werther Freund!

Nehmen Sie meinen besten Dank für Ihren liebenwürdigen Brief. Eine Stunde darauf kam ein Telegramm von Hermite und Picard und berichtete von der wirklich vollzogenen Wahl. Ich habe sofort an Hermite geantwortet und ihn gebeten, meinen Dank bei der Akademie selbst zum Ausdruck zu bringen. Dass ich mich in Zukunft mit Ihnen und Ihren Collegen persönlich verbunden weiß, ist mir in der That von grossem Werthe. Ich habe niemals die ausserordentliche Anregung vergessen, welche mir in alter Zeit von Ihrer Seite zu Theil geworden ist, und freue mich in dem Gedanken, in Zukunft die bisherigen Beziehungen noch weiter ausgestalten zu können. Freilich ruht über all' meinen wissenschaftlichen Plänen je länger je mehr eine grosse Schwierigkeit, die Sie vermuthlich auch nur zu gut kennen: dass ich immer mehr zu allgemein organisatorischen Arbeiten herangezogen werde. Ich wehre mich dagegen, so weit es angeht, aber im grossen und ganzen handelt es sich wohl um eine Nothwendigkeit, die aus Lebensalter und persönlicher Veranlagung folgt.

Mit der Bitte, mich Ihren werthen Collegen angelegentlichst empfehlen zu wollen, bin ich

Ihr treu ergebener

F. Klein (BParis 78)

Laugel, der viel zur Verbreitung von Kleins Arbeiten in Frankreich beigetragen hatte, gratulierte Klein zur Wahl in die Akademie in einem Brief vom 15. Juni 1897 und beabsichtigte, Klein im August desselben Jahres in Zürich zu treffen.

Hier sei noch erwähnt, dass Henri Poincaré im Jahre 1892 zum *auswärtigen* Akademie-Mitglied in Göttingen gewählt worden war (zuvor Correspondent seit 1884), im selben Jahre wie Sophus Lie, der seit 1872 Correspondent war. (Geschäftliche Mitteilungen der Göttinger Nachrichten, 1895).

Darboux leitete schließlich die erste Generalversammlung der Association internationale des Académies (gegr. Okt. 1899), die vom 16. bis 20. April 1901 in Paris stattfand und stellte vorbereitend zahlreiche Fragen an Klein – der diese Association auf den Weg gebracht hatte (Brief v. 29.12.1900, UBG Cod. Ms. Klein III E Bl. 40; Tollmien 1993). Klein antwortete mit dem Senden umfangreicher Dokumente, die Darboux für Publikationen und weitere Arbeiten nutzte (Briefe v. 19.1. und 18.2. 1901, Richter 2015, S.75-81). Beide beteiligten sich am internationalen Bibliographie-Projekt dieser Association, und Darboux hatte wie Klein das schon erwähnte Unternehmen der *Encyklopädie/encyclopédie* im Blick, wenn er am 29. Dezember 1900 schrieb: "Votre encyclopédie marche avec une grande rapidité. Nous en rendons compte régulièrement dans le Bulletin." (UBG Cod. Ms. Klein III E)

Als die Ungarische Akademie der Wissenschaften 1905 einen János-Bolyai-Preis (10000 Kronen) stiftete, wurden Klein und Darboux als auswärtige Mitglieder in die Preis-Kommission berufen, neben Julius König (1849-1913) und Gustav Rados (1862-1942) – der 1884/85 bei Klein studiert hatte. Beim Treffen der Kommission am 11. und 12. Oktober 1905 in Budapest wurden Darboux zum Präsidenten und Klein zum Referenten gewählt. Von vornherein kamen nur Hilbert und Poincaré als zu Ehrende in Frage. Der "einhellige Beschluß" sah vor, Poincaré den Preis zuzuerkennen, aber auch die Arbeiten Hilberts eingehend zu würdigen (Rados 1906). Einem Brief Darboux' an Klein vom 8. Juli 1905 ist zu entnehmen, dass sich beide bereits zu diesem Zeitpunkt über die Preisvergabe abgestimmt hatten. Klein war für Hilbert eingetreten, Darboux für Poincaré mit dem Hinweis, dass er beim nächsten Male für Hilbert stimmen würde (UBG Ms. Klein XXII K, Bl. 10-11). Somit erhielt Poincaré den ersten Bolyai-Preis im Jahre 1905 und Hilbert den zweiten im Jahre 1910, wobei wiederum Klein und Darboux mitbestimmten und Darboux erneut im Vorfeld, am 28. Dezember 1909, dazu einen Brief an Klein sandte (ebd., Bl. 22-23). – Die Idee 1910, einen Physik-Nobelpreis für Poincaré zu erreichen, unterstützte Klein nicht, er sagte aber am 25. März 1914 zu, einem Komitee beizutreten, "das eine dauernde Ehrung von Poincaré vorbereiten soll". (BParis 82, 83)

Klein hatte sich 1905 als vorgesehener Referent besonders gründlich auf das Referat über Poincaré und Hilbert vorbereiten wollen und dazu Vorträge in der Göttin-

ger Mathematischen Gesellschaft halten lassen. Er erkannte jedoch, dass er das Referat in vorgesehener Qualität nicht bis zum erwünschten Zeitpunkt schaffen würde, sodass Rados die Aufgabe für die ungarische Akademie übernahm. Klein erklärte Darboux in einem Brief vom 16. Dezember 1905 die Angelegenheit und bat ihn "(und auch Poincaré) darum, hierunter unsere persönlichen Beziehungen nicht leiden zu lassen, die ich vielmehr noch fester knüpfen will, wenn es mir gelingt, wie ich immer noch hoffe, Ostern für einige Zeit nach Paris zu kommen." (BParis 81). Klein konnte Ostern 1906 keine Reise nach Paris realisieren, war zunehmend mit der *Encyklopädie* und der Reform des Mathematikunterrichts befasst.

6 "Kampf" um die Unterrichtsmethode

Zu den allgemeinen Fragen, denen sich Klein und Darboux widmeten, gehörte das Engagement für den mathematischen Schulunterricht. Dieses Thema bewegte Klein allerdings nicht erst in seinen späteren Jahren, sondern bereits bei seiner Promotion 1868 hatte er die folgende These formuliert: "Es ist wünschenswert, daß neben der Euklidischen Methode neuere Methoden der Geometrie in den Unterricht auf Gymnasien eingeführt werden." (Klein 1921, S. 49) Die Ansicht von der notwendigen Reform des Unterrichts drückte Klein auch früh in einem Brief an Darboux aus:

[...] Was Sie ueber die Schwierigkeiten sagen, die sich der Verbreitung mathematischer Ideen entgegenstellen, so stimme ich dem von vollstem Herzen bei. Die Welt ist im Allgemeinen sehr viel mehr duemmer als man durchschnittlich glaubt. Diese Dummheit hat ihren hauptsachlichen Grund in der Bequemlichkeit der Menschen namentlich im hoeheren Lebensalter, wo sie die massgebenden Stellen inne haben. Augenblicklich ist z.B. bei uns ein lebhafter Kampf, ob nicht die geometrische Unterrichtsmethode auf Gymnasien, die seit Gott weiss wie langer Zeit stationaer ist, ob sie nicht von den Fortschritten, die die Geometrie seit Monge gemacht hat, beruehrt werden soll, waehrend doch vernuenftiger Weise ueber solche Dinge gar nicht debattirt werden kann. [...] (Brief v. 21.3.1872, BParis 59-60)

Klein rückte ins Zentrum der sich seit den 1890er Jahren entwickelnden internationalen Reformbewegung. 1894 nahm er Kontakt mit dem Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts auf und veranlasste, dass die nächste Jahresversammlung dieses Lehrer-Vereins in Göttingen stattfand. Hier präsentierte er eine Festschrift über ausgewählte Fragen der Elementargeometrie (1895), die bereits 1896 auch in Paris erschien: *Leçons sur certaines questions de géométrie élémentaire: possibilité des constructions géométriques; les polygones réguliers; transcendance des nombres e et π* . (Démonstration élémentaire) Rédaction française autorisée par l'auteur par J. Griess (Paris: Nony et Cie); in Italienisch 1896 und Englisch 1897. Jean Griess (†17.5.1899), Absolvent der École Normale Supérieure und Professor an einem Lycée in Algier, hatte Klein mit Brief vom 30. Juli 1895 um die Übersetzungserlaubnis gebeten, weil er vom "Inhalt und der Klarheit so entzückt" gewesen sei. Abgestimmt mit Klein hatte er für französische Leser,

d.h. für Schüler und Lehrer, einige Teile leicht geändert. (UBG XI 499D-E) Griess wurde 1898 Mitherausgeber der neuen Monats-Zeitschrift *L'Éducation Mathématique* (Paris: Nony et Cie), die nach seinem frühen Tod fortbestand.

Im Jahre 1899 gründeten C.-A. Laisant, in dessen *Nouvelles annales* viele Arbeiten Kleins erschienen waren, und der Schweizer Henri Fehr (1870-1954) die internationale Zeitschrift *L'Enseignement mathématique*. Deren Comité de Patronage gehörten zwanzig Mathematiker aus 16 Ländern an, darunter Felix Klein und Moritz Cantor (1829-1920) aus Deutschland sowie Appell, Picard und Poincaré aus Frankreich (vgl. auch Coray et al. 2003). Die Zeitschrift publizierte Berichte zur Unterrichtsreform; auch Aufsätze von Klein und der deutschen Unterrichtskommission in Französisch, übersetzt durch Mathematiker aus Genf, die Henri Fehr dafür gewann. Fehr rezensierte Bücher Kleins für die Zeitschrift, so z.B. Klein et Schimmack in 9 (1907) S. 411; die Elementarmathematik (Bd. 1) in 11 (1909) S. 154-155. *L'Enseignement mathématique* wurde das Organ der International Commission on the Teaching of Mathematics (so der erste Name, IMUK bzw. ICME), die 1908 in Rom auf dem IV. Internationalen Mathematiker-Kongress gegründet wurde. Kleins Wahl zum Vorsitzenden dieser Kommission – trotz seiner Abwesenheit – unterstreicht seine errungene internationale Anerkennung auch in diesem Gebiet.

Darboux wurde 1888 Mitglied des nationalen französischen Bildungsrats, *Conseil supérieur de l'instruction publique*, und 1908 Vizepräsident der ständigen Kommission, die die Regierung in Schulfragen beriet. (Richter 2015, S. 20) Darboux leitete die Arbeiten der französischen IMUK-Kommission, unterstützt durch seine Schüler Appell, Borel und Édouard Goursat (Gispert 1991, S. 133), so wie die deutsche Unterkommission unter Kleins Ägide stand. Hilbert betonte, dass Darboux' Wirken für den Unterricht Klein ebenfalls beeinflusst habe (Hilbert 1935, S. 369). Klein unterstrich wiederholt, dass er an den in Frankreich 1902 neu eingeführten Lehrplan anknüpfte, der dem Funktionsbegriff eine zentrale Rolle zuschrieb.

Der letzte Brief Kleins an Darboux vom 25. März 1914 bezog sich auf eine Zusammenkunft der Unterrichtskommission in Paris. Der bereits emeritierte Klein ließ sich vertreten, behielt jedoch noch immer die Fäden in der Hand. Hier drückte er besonders aus, dass die IMUK einem Weg folge, den Darboux einst begonnen habe:

Göttingen 25/III 14.

Mein lieber Darboux!

Zu dem bevorstehenden Pariser Kongress der Internationalen Unterrichtskommission muß ich Ihnen doch – und durch Sie den anderen Herren – meinen persönlichen Gruß und meine besten Wünsche schicken. Es ist zu fatal, dass ich aus Gesundheitsrücksichten selbst nicht kommen kann. Nachdem ich schon lange vorher mit allerlei Schwierigkeiten zu tun hatte, leide ich seit 2 1/2 Jahren an einer ausgesprochenen Neurose. Ich bin ein Jahr lang im Sanatorium gewesen und lebe seitdem hier still für mich. Dabei geht es mir leidlich, wenn ich mich ganz ruhig halte: ich kann in bescheidenem Maasse regelmässig arbeiten und habe mir in der Tat um die Weiterführung der Arbeiten der I.M.U.K. und speziell die Vorbereitung des Pariser Kongresses einige Mühe gegeben; ich hoffe das auch fortzusetzen. Jede

aussergewöhnliche Anstrengung aber wirft mich gleich aus dem Gleichgewicht. Es ist um so weniger möglich, dass ich nach Paris komme als ich dort im Mittelpunkt der Geschäfte würde stehen müssen. So bleibt mir also nichts übrig, als Sie und die anderen Herren zu bitten, mein Nichterscheinen freundlichst entschuldigen zu wollen. Für Vertretung nach den verschiedenen in Betracht kommenden Richtungen ist übrigens ausreichend gesorgt; die volle Uebersicht hierüber hat unser Generalsekretär, Prof. Fehr.

Indem ich Sie noch bitte, mich den Herren Appell, Hadamard etc. etc. freundlichst empfehlen zu wollen, wünsche ich der Pariser Tagung unserer Kommission – die wesentlich fortsetzen soll, was Sie einst begonnen haben – einen vollen Erfolg.

Ich verbleibe in alter Weise

Ihr ganz ergebener

Klein (BParis Brief 83)

Für die *Encyclopädie* war ein Band VII Geschichte, Philosophie und Didaktik der Mathematik geplant. Nach erster Disposition im Mai 1896 dienten die *L'Enseignement mathématique* und die IMUK weiteren Vorbereitungen. Noch im April 1914 sandte Klein den als Band-Redakteur vorgesehenen, in Strasbourg geborenen Heinrich Emil Timerding (1873-1945) zum Congrès de philosophie mathématique nach Paris. Der Erste Weltkrieg vereitelte den Abschluss. (Tobies 1994, S. 56-69)

Schlussbemerkung

Von den damaligen französischen Mathematikern wurden Léonce Laugel und Jules Molk Mitglied der Deutschen Mathematiker-Vereinigung (DMV), Laugel von 1896 bis 1912, Molk von 1900 bis zu seinem Tode am 7. Mai 1914 (vgl. Toepell 1991, S. 226; 260). Laugel teilte seinen Aufnahmeantrag in einem Brief vom 23. Mai 1896 an Klein mit und erwähnte außerdem, dass ihm Hermite die Mitgliedschaft bei der Société Mathématique de France ebenfalls ermöglicht habe. Dies beruhte vor allem auf dem hauptsächlichen Arbeitsfeld des Übersetzens.

Laugel wollte dem Internationalen Mathematiker-Kongress 1897 in Zürich eine neue Übersetzung vorlegen und folgte einer Sentenz Hermites, das Licht in Deutschland zu suchen und persönliche Beziehungen zu pflegen: [...] *M. Hermite, qui, comme il m'a enseigné à lettre, est toujours d'avis qu'il faut chercher la lumière en Allemagne et en plus chercher à y entretenir des rapports personnels amicaux.* (Brief v. 23.5.1896, UBG X 637, Bl. 68-69) Laugel widmete sich nach dem Kongress in Zürich, an dem sowohl Klein als auch Laugel teilnahmen, sich aber aus technischen Gründen verfehlten (UBG Klein X 645, Bl. 84), weiteren Übersetzungsprojekten, u.a. Hilberts Vortrag über die 23 ungelösten Probleme (1900, Franz. 1902), den Werken von Gauß, ein Projekt, das Klein in Göttingen lenkte.

Kleins durch Laugel übersetzte Gauß-Berichte erschienen in Darboux's Referatejournal unter dem Titel "Sur l'état de la publication des œuvres de Gauss", *Bulletin*

des sciences mathématiques 22 (1898) 204-210 und 23 (1899) 182-188. Hermite war damals Präsident der Commission des Hautes Études, unter deren Leitung Darboux's Journal stand. Darboux – an den noch immer alle Manuskripte zu adressieren waren – zeigte sich persönlich an den Arbeiten von Gauß interessiert. In seinen Briefen an Klein regte er wiederholt an, auch den Briefwechsel von Gauß vollständig zu edieren (UBG Cod. Ms. Klein III E Bl. 40; Richter, S. 84). Klein edierte daraufhin u.a. Gauß' wissenschaftliches Tagebuch (1796-1814), mit Anmerkungen versehen, im Rahmen einer Festschrift, die 1901 anlässlich des 150jährigen Bestehens der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen herauskam.

Kleins vielfältige Kooperationen mit französischen Mathematikern brachen mit dem Ersten Weltkrieg ab. Die Pariser Akademie annullierte zum 15. März 1915 seine Mitgliedschaft sowie die weiterer Unterzeichner des nationalistischen "Aufrufs an die Kulturwelt". (Grau, S. 286) Cordula Tollmien (1993) recherchierte detailliert, dass Klein u.a. den Text zuvor nicht kannten, intern bedauerten und dass Klein in Göttingen und Max Planck (1858-1947) in Berlin umgekehrte Akademieausschlüsse verhinderten. Darboux, seit 1900 Beständiger Sekretär für die mathematischen Wissenschaften der Pariser Akademie, starb am 23. Februar 1917. Klein las während der Kriegsjahre über die Geschichte der Mathematik des 19. Jahrhunderts, auch die Leistungen französischer Mathematiker einordnend (Klein 1979). Als Abgeordneter des preußischen Herrenhauses verfasste er im März 1916 ein Memorandum, das auf ein verbessertes Studium der Verhältnisse im Auslande nach Kriegsende zielte, allerdings unter dem Tenor "Internationalität im nationalen Interesse" (StB 604); dem Boykott gegenüber deutschen Wissenschaftlern nach dem Kriege – durch Émile Picard als Präsident des *Conseil international de Recherches* (Internationaler Forschungsrat) maßgeblich getragen (vgl. Siegmund-Schultze 2011) – begegnete Klein mit dem Motto "Schweigen und Arbeiten" (vgl. Tollmien 1993). In seinen Lebenserinnerungen blickte er wehmütig auf gute Kontakte zu ausländischen Wissenschaftlern zurück und bedauerte nationalistische Gegensätze (Kleins 1923a). Erst nach Kleins Tod endete der Boykott. (Vgl. Siegmund-Schultze 2016).

Bibliographie

Archivalien

(AdW) Archiv der Akademie der Wissenschaften zu Göttingen.

(BParis) Bibliothèque de l' Institut de France, Faculté des Sciences de Paris, MS 2719, Lettres de Klein (an Gaston Darboux).

(NBOslo) Nasjonalbiblioteket Oslo, Nachlass Sophus Lie.

(UBG) Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen, Handschriftenabteilung, Cod. Ms. Klein; Cod. Ms. Hilbert; Cod. Ms. Teubner.

(StB) Staatsbibliothek Berlin, Handschriftenabteilung, Nachlass Runge-du Bois-Reymond.

Literatur

Brechenmacher, Frédéric (2015): Un portrait kaléidoscopique du jeune Camille Jordan. See: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00700467>

- Bricard, Raoul (1920): Charles-Ange Laisant (1841-1920). In: *Nouvelles annales de mathématiques* (4) 20, 449-454.
- Coen, Salvatore (Hrsg.) (2012): *Mathematicians in Bologna 1861-1960*. Basel: Birkhäuser.
- Chronique (1910). Louis Raffy. In: *L'Enseignement Mathématique* 12, S. 322-324.
- Coray, Daniel; Furinghetti, Fulvia; Gispert, Hélène; Hodgson, Bernard R.; Schubring, Gert (Hrsg.) (2003): *One Hundred Years of L'Enseignement Mathématique* (Proceedings of the EM-ICMI Symposium, 20-22 October 2000). Genève: L'Enseignement mathématique.
- Darboux, Gaston (1887-1896): *Leçons sur la théorie générale des surfaces et les applications géométriques du calcul infinitésimal*. 4 Bde (1887, 1889, 1894, 1896). Paris: Gauthier-Villars.
- Eckert, Michael (2011): *Arnold Sommerfeld. Atomphysiker und Kulturbote 1868-1951. Eine Biographie*. Göttingen: Wallstein.
- Gispert-Chambaz, Hélène (1982): *Camille Jordan et les fondements de l'analyse* (comparaison de la 1ère édition (1882-1887) et la 2ème (1893) de son cours d'analyse de l'école polytechnique). Dissertation. Publications de mathématiques d'Orsay, Université de Paris-Sud.
- Gispert, Hélène (1987): *La correspondance de G. Darboux avec J. Hoüel: Chronique d'un rédacteur* (déc. 1869 – nov. 1871). In: *Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques* 8, S. 67-202.
- Gispert, Hélène (1991): *La France mathématique. La société mathématique de France (1872-1914)*. Paris: Société française d'histoire des sciences et des techniques, Société mathématique de France.
- Gispert, Hélène (1999): *Les débuts de l'histoire des mathématiques sur les scènes internationales et le cas de l'entreprise encyclopédique de Felix Klein et Jules Molk*. In: *Historia Mathematica* 26, S. 344-360.
- Goldstein, Catherine (2011): *Charles Hermites stroll through the Galois fields*. In: *Revue d'histoire des mathématiques* 17, 211-270.
- Grau Conrad (2000): *Die Preußische Akademie der Wissenschaften und die Wiederanknüpfung internationaler Wissenschaftskontakte nach 1918*. In: Fischer, Wolfram (Hrsg.): *Die Preußische Akademie der Wissenschaften zu Berlin 1914-1945*. Berlin et.al: de Gruyter, S. 279-315.
- Gray, Jeremy (2001): *Who Would Have Won the Fields Medals a Hundred Years Ago?* In: Wilson, Robin/Gray, Jeremy (Hrsg.) (2001): *Mathematical Conversations: Selections from The Mathematical Intelligencer*. New York: Springer, S. 418-428.
- Hilbert, David (1935): *Gaston Darboux*. In: *Gesammelte Abhandlungen*, Bd. 3. Springer: Berlin, S. 365-369 (Göttinger Nachrichten, Geschäftliche Mitteilungen 1917, S. 71-75).
- Jacobs, Konrad (1977): *Felix Klein. Handschriftlicher Nachlaß* (Manuskriptdruck). Erlangen. Klein-Protokolle (1872-1912). Protokollbücher der mathematischen Seminare Felix Kleins. Bibliothek des Mathematischen Instituts der Universität Göttingen.
- Klein, Felix (1895): *Autographirte Vorlesungshefte, II*. In: *Math. Ann.* 46 (1895) S. 77-90.
- Klein, Felix (1921/22/23): *Gesammelte Mathematische Abhandlungen*, Bd. I, II, III. Leipzig: B.G. Teubner.
- Klein, Felix (1923a): *Lebensbilder von eigener Hand* (Göttinger Professoren). In: *Mitteilungen des Universitätsbundes Göttingen* 5, Nr. 1, S. 11-36.
- Klein, Felix (1933): *Vorlesungen über die hypergeometrische Funktion, gehalten an der Universität Göttingen im WS 1893/94, ausgearbeitet von Ernst Ritter, hrsg. mit Anmerkungen versehen von Otto Haupt*. Berlin/Heidelberg: Springer.
- Klein, Felix (1979): *Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert, Teil I und II in einem Band* (Reprint). Berlin/Heidelberg/New York: Springer.
- Noether, Max (1900): *Sophus Lie*. *Math. Ann.* 1 (1869) S. 1-41.
- Parshall, Karen H./Rowe, David E. (1994): *The Emergence of the American Mathematical Research Community 1876-1900: J. J. Sylvester, Felix Klein, and E. H. Moore* (AMS/LMS History of Mathematics 8). Providence/London.
- Rados, Gustav (1906): *Zur ersten Verteilung des Bolyai-Preises*. In: *Math. Ann.* 62, S. 156-176.

- Richter, Tina (2015): Analyse der Briefe des französischen Mathematikers Gaston Darboux (1842-1917) an den deutschen Mathematiker Felix Klein (1849-1925). Wissenschaftliche Hausarbeit zur Ersten Staatsprüfung für das Lehramt an Gymnasien im Fach Mathematik. Friedrich-Schiller-Universität Jena.
- Rollet, Laurent; Nabonnand, Philippe (2013): « Un journal pour les mathématiques spéciales : les Nouvelles annales de mathématiques (1842-1927) ». In: *Bulletin de l'Union des professeurs de spéciales - mathématiques et sciences physiques* 86, S. 5-18.
- Rowe, David E. (1989): The Early Geometrical Works of Sophus Lie and Felix Klein. In: Rowe, D. E./McCleary, J. (Hrsg.): *The History of Modern Mathematics*. Vol. I. Boston: Academic Press, S. 209-273.
- Rowe, David E. (1992): Klein, Mittag-Leffler, and the Klein-Poincaré Correspondence of 1881 – 1882. In: Demidov, S./Folkerts, M./Rowe, D.E./Scriba, Ch. (Hrsg.): *Amphora*, Festschrift für Hans Wussing. Basel: Birkhäuser, S. 597-618.
- Rowe, David E. (2015): Historical Events in the Background of Hilbert's Seventh Paris Problem. In: Rowe, D. E./Hornig, W.-S. (Hrsg.): *A Delicate Balance: Global Perspectives on Innovation and Tradition in the History of Mathematics*. Basel: Birkhäuser, S. 211-244.
- Siegmund-Schultze, Reinhard (2011): Opposition to the Boycott of German Mathematics in the early 1920s: Letters by Edmund Landau (1877-1938) and Edwin Bidwell Wilson (1879-1964). In: *Revue d'Histoire des Mathématiques* 17, S. 135-161.
- Siegmund-Schultze, Reinhard (2016): "Mathematics Knows No Races": A Political Speech that David Hilbert Planned for the ICM in Bologna in 1928. In: *The Mathematical Intelligencer* 38, S. 56-66.
- Tobies, Renate (1994): Mathematik als Bestandteil der Kultur - Zur Geschichte des Unternehmens "Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen". In: *Mitteilungen der Österreichischen Gesellschaft für Wissenschaftsgeschichte* 14, S. 1-90.
- Tobies, Renate (2015): Klein und Lie über die Mathematik in Frankreich im Jahre 1870. In: Binder, Ch. (Hrsg.): *Mathematik – Verschollen und Gefunden (XII. Österreichisches Symposium zur Geschichte der Mathematik, Miesenbach 4.-10. Mai 2014)*. Wien, S. 24–31.
- Tobies, Renate (2016, i.V.): Die Clebsche Diagonalfäche in der Korrespondenz Darboux-Klein. Österreichische Symposium zur Geschichte der Mathematik, Miesenbach (1.-7. Mai 2016).
- Tobies, Renate/Rowe, David E. (Hrsg.) (1990): *Korrespondenz Felix Klein – Adolph Mayer*. Auswahl aus den Jahren 1871–1907. Leipzig: B.G. Teubner.
- Toepell, Michael (Hrsg.) (1991): *Mitgliedergesamtverzeichnis der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 1890-1990*. München: Institut für Geschichte der Naturwissenschaften der Universität München.
- Tollmien, Cordula (1993): Der "Krieg der Geister" in der Provinz – das Beispiel der Universität Göttingen 1914–1919. In: *Göttinger Jahrbuch* 41, S. 137-209.